I'm not robot
reCAPTCHA
Continue

25700420966 10634716640 30456798.489796 19297591.477273 16537726.702703 6025259.4555556 138013085448 22110361.5 785040737 3880084.2926829 4254196353 18417791.451613

Ecuaciones diferenciales schaum pdf online para download de

Ecuaciones Diferenciales Lineales no Homogéneas con Coeficientes Constantes

Autor: Samuel Chung Pérez

Método: Coeficientes Indeterminados

El método de coeficientes indeterminados se utiliza para hallar una solución particular (y_p) de una ecuación diferencial lineal no homogénea con coeficientes constantes (EDLnoHconCC) de segundo orden o superior, cuyo término independiente (miembro derecho) es un polinomio en x, una función exponencial, una función seno, una función coseno, o una suma o producto de cualesquiera de las funciones antes citadas, Una EDLnoHconCC es una ecuación de la forma

$$a_n\frac{d^ny}{dx^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\cdots+a_2\frac{d^2y}{dx^2}+a_1\frac{dy}{dx}+a_0y=g(x)$$

O, simplemente

$$a_ny^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\cdots+a_2y''+a_1y'+a_0y=g(x),\ \ en\ donde$$

los supraíndices denotan el orden de la derivada; y los a_i son escalares

Se pueden presentar varios casos:

CASO I

$g(x)$ es un polinomio en x, de grado n. En otras palabras, $g(x)$ es una función algebraica de la forma

$$g(x)=A_nx^n+A_{n-1}x^{n-1}+\cdots+A_2x^2+A_1x+A_0$$

Entonces se propone una solución particular de la forma

$y_p=x^k(A_nx^n+A_{n-1}x^{n-1}+\cdots+A_2x^2+A_1x+A_0)$, *en donde k es el número de veces que 0 es solución de la ecuación auxiliar (EA), asociada a la ecuación homogénea.*

Ejemplo 1

$$y''-5y'=2x^3-4x^2-x+6$$

La EA es $m^2-5m=0\ \rightarrow\ m(m-5)=0\ \rightarrow\ m_1=0,\ m_2=5\ \rightarrow\ y_h=c_1+c_2e^{5x}$

$m_1=0\ \rightarrow\ k=1$

Por lo tanto, la solución particular es de la forma

$$y_p=x^1(Ax^3+Bx^2+Cx+D)\ \rightarrow\ y_p=Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx$$

Derivando 2 veces

$$y_p'=4Ax^3+3Bx^2+2Cx+D\ \rightarrow\ y_p''=12Ax^2+6Bx+2C$$

Sustituyendo en la ED dada

CENTRALES ELECTRICAS
ENCICLOPEDIA GRAL DE ELECTRICIDAD
PDF

Utilizando (7.3) y reagrupando, obtenemos dv k — + —v = -g di m , U) como la ecuación de movimiento. f>)y = - y . o) yi(x) es una solución para la ecuación diferencial y satisface la primera condición inicial y(0) = 0. U n a in t r o d u c c ió n a lo s m o d e lo s y a lo s m é to d o s c u a lit a t iv o s ..... La sum a algebraica de las caídas de voltaje en un circuito Se sabe que las caídas de voltaje a través de un resistor, un capacitor y un inductor son respectivam ente RL (1 IC)q y L (d l/d t) donde q es la carga en el capacitor. La ecuación característica es A2 + 10A + 21 = 0 que puede ser factorizada así (A + 3)(A + 7) = 0 Las raíces A, = —3 y Aj = —7 son reales y distintas, así que la solución general es y = c¡e~3' + c2e~7' 9 .6 . P R O B L E M A S R E SU E L T O S 9 .1 . 8.51. 4) p u e d e ten er m u c h a s so lu c io n e s , d e la s c u a le s só lo u n a satisfará e l p rob lem a d e v alor in icia l. ^ ^ d x -d y = 0 x -y 3.23. m edida en la dirección p osi tiva: 2) una fuerza restauradora dada por la ley de H ook e co m o F¡ = -lex. 4.14. 131 Matrices y v e c t o r e s ..... { jc, 1, 2 jc—7} 8.46. De este modo, nuestro modelo se transforma en Ai'(i) = kM(t). *r Esta ecuación diferencial no es separable. y(0) = l, 1.46. Aquí, P representa la presión (en atmós feras), Ves el volumen (en litros), n es el número de moles, R es la constante universal de los gases (/? M é to d o d e s o l u c i ó n ..... E n 1 9 6 8 , o b tu v o e l d o c to r a d o en M a te m á tic a s A p lic a d a s e n e l S te v e n s In stitu te o f T e c h n o lo g y . Utilizando la ecuación (6.5), hacem os la sustitución z = y 1- (V3) = y 2''3. Encuentre a) la cantidad de tiem p o requerido para que ocurra e l derrame o desborde, y b) la cantidad de sal en e l tanque al m om en to d el derrame. ? Aquí, A(x) = 1/x y B (y)= -l. C A P ÍT U L O 13 C A P ÍT U L O 14 C A P ÍT U L O 15 C A P ÍT U L O 16 C A P ÍT U L O 17 103 El m étodo ..... 7.46. M a n ip u la c ió n d e n u m erad ores ..... y(x) - 1.51. R E D U C C IÓ N DE EC U A C IO N ES H O M O G É N E A S L a ec u a c ió n d ife ren cia l h o m o g é n e a (4 .5) www.FreeLibros.me 21 22 C a p ít u l o 4 E c u a c io n e s d i f e r e n c ia l e s s e p a r a b l e s d e p r i m e r o r d e n q u e tien e la propiedad d e q u e f i r . R esu elv a la e c u a c ió n d iferen cial del problem a 4 .1 2 u san d o la s ecu a cio n es (4 .9) y (4.1 0). Sustituyendo esta h(y) en (1), obtenemos g(x. D iscuta e l m odelo: / = — . Aquí, E = 400 cos'2f, R = 100 y C = 10"2; por lo tanto, (7.10) se convierte en da — + q = 4 cos2f dt La ecuación es lineal, y su solución es (se requieren dos operaciones de integración por partes) q —ce - 1 + j s e n 2 í + jC O s 2 r En r = 0, q = 0; de aquí, 0 de este modo = ce + —sen 2 (0) + —c o s 2 (0) 5 5 ob ien c = ——- 5 4 8 4 q = — e " ' + - s e n 2 fH— co s 2 r * 5 5 5 y utilizando (7.11) obtenemos , dq 4 _ 16 „ 8 _ / = - = - ? 305 ..... 178 O rd en d e un m é to d o n u m é r i c o ..... En este capítulo consideram os variables que son continuas y cóm o se pueden usar las ecu acion es diferenciales en la aplicación d e lo s m odelos m atem áticos. a) Aquí a = 0, 6 = 1, e = 4, / = 2 y V0 = 10. 7.43. L A E C U A C IÓ N C A R A C T E R ÍS T IC A Correspondiéndose con la ecuación diferencial /+ a i/+ a o y = 0 (9.1) en la cual a¡ y a0 son constantes, está la ecuación algebraica A2 + £jj A Qq = 0 (9.2) que se obtiene de la ecuación (9 .1) reemplazando y", y ' y y por A2 , A 1 y A° = 1, respectivamente. A q u í, Q denota la cantidad (en libras) de sal que se encuentra en e l tanque en cualquier tiem po t. {3 e3*, 5 e2* } 8.45. En este cap ítulo, y e n otras partes d el libro (por ejem plo, véan se lo s capítulos 7 , 14 y 31), considerarem os ecu acion es que m odelan ciertas situaciones d el m undo real. C o s ta e está n la e d u c a c ió n d e la s m a te m á tic a s y e l s a b e r m e t r i c s , la b ú sq u e d a d e l c o n o c im ie n to o b je tiv o d e l b é is b o l. 7.51. Sustituyendo esta ecua ción junto con N(x, y) = l + x 2 en (5.5), tenemos x 2 + h'(y) = 1 + x 2 o bien A'(y) = l Integrando esta última ecuación con respecto a y, obtenemos h(y) = y + c, (ci = constante). La caída de voltaje a través de una fcm e s - £ (/) . , y „ (x) son n so lu cio n es lin ealm en te in d ep en d ien tes de la m ism a ecu a ció n L (y) = 0, su W ronskiano no e s cero (teorem a 8 .3). Dirección posiliva x Figura 14-1 www.FreeLibros.me P roblem as L e y d e H o o k e: d e c ir c u i t o s e l é c t r ic o s 115 L a fu e r z a re sta u ra d o ra F d e un re so rte e s igu al y o p u e sta a la s fu e r z a s a p lic a d a s a l m ism o y es p ro p o rc io n a l a la ex ten sió n (co n tra ccció n) I d e l re so rte com o resu lta d o d e la fu e r z a a p lic a d a ; es decir. 1 O = arelan— = 0.0997 radianes r 10 y U n circuito RC tiene una fem (en v oltios) dada por 4 0 0 eo s 2r, una resistencia de 100 oh m ios y una cap aci tancia de 10 " 2 faradios. E l d o c to r B r o n s o n c u e n ta c o n m á s d e trein ta a r tíc u lo s t é c n ic o s y lib r o s. La ecuación característica..... 2 .7 . D e te r m in e s i la e c u a c ió n d ife ren cia l y ' = y t x e s exacta. www.FreeLibros.me C onceptos b á s ic o s 1 ECUA C IO N ES D IFE R E N C IA L E S U n a e c u a c i ó n d if e re n c ia l e s u n a e c u a c ió n q u e in volu cra una fu n c ió n d e sc o n o c id a y su s derivadas. 31 M é to d o d e s o l u c i ó n ..... y) = (y 2 - x 2)/2 x y , así que (7.15) se convierte en dy _ dx 2xy x2 —y 2 Esta ecuación es homogénea y su solución (véase problema 4.14) da las trayectorias ortogonales como x 2 + y2 = ky. La solución es y = c ,e -2x + d1¿ t +iJiix + d3e(' -'^>x que se puede volver a escribir, usando las relaciones de Euler (véase problema 9.16) como y = c,'p = li + v2e* + v}e2x (1) Aquí, y¡ = 1, y2 = e ' ,y 3 = e2x y ' a— - l n (l + e x) e 2x 1 1 i 2 La solución general es y = yh 4- yp = c¡ 4- c2e' + c}e 2x 4- —(ex 4 - 1) - - Inte' 4 -1) - ex Inte' 4-1) ——e ln(l 4- e~x) Esta solución se puede simplificar. x(2) = - 3 En los problemas del 1.36 al 1.39, halle c de modo tal que y(x) = c (l - x 2) satisfaga la condición inicial dada. >2=1? T (t) = ce~b + 100 R esu elv a y ' + x y = x y 2. Siguiendo el m ism o razonam iento del problem a 4 .1 8 , excep to que ahora integram os de x = Xq a x = x, obtenem os A(x)dx + £ B (y(x)]y'(x)d x = 0 La sustitución y = y(x) da nuevam ente el resultado deseado. dy 7 y * + x * dx~ xy3 a) y = x, 1.29. e s el punto term inal d el resorte sin estirar antes de que se agregue la m asa. 4.25. La ecuación característica es A2 4-4A = 0 que se puede factorizar en (A —2 i'XA + 2 í) = 0 Estas raíces son un par complejo conjugado, de manera que la solución general está dada por (9.6) (con a = 0 y b = 2) como y = c, eos 2x + c2 sen 2x 9.9 . y' = ~ Y —·—r ; xy2dx + (x2y + y 2)dy = 0 x y+y 3.34. ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de y " - 2y" - y' + 2y = 0 si se sabe que tres soluciones particulares son las funciones dadas en el problema 8.48? ¿Cuánto habrá en la cuenta descrita en el problema anterior si la tasa de interés es ahora del 7.5 por ciento? S i el cuerpo experim enta una resistencia d el aire proporcional a su velocid ad , encuentre a) la ecu ación de m ovim ien to en e l sistem a de coorde.tadas d e la figura 7 -6 , b) una exp resión para la velocid ad d el cuerpo en cualquier tiem p o I y c) el tiem p o en e l cual el cuerpo alcanza su altura máxima. xdx + ydy = 0 .4 .2 4 . Derivando implícitamente la ecuación dada con respecto a x. Una segunda forma diferencial para la m ism a ecuación diferencial está dada en la ecuación (3.6) del problem a 3.5 así —d x- 1— -d y = x y 0 A quí M(x, y) = 1/x, N(x, y) = -1 /y , — = 0= — dy dx www.FreeLibros.me P r o b l e m a s a d ic io n a l e s 19 y la ecuación es exacta. La familia, que está dada por (7.12) con F(x, y , c) = y - ex2, consiste de parábolas simétricas alrededor del eje y con vértices en el origen. resuelto s 85 R esuelva y" —5 y = 0. O b sérvese que la fuerza restaurado ra Fs siem pre actúa en una dirección que tenderá a regresar el sistem a a su p o sió n de equilibrio: si la m asa está por debajo de la p o sió n de equilibrio, en to n ces x es positiva y - k x es negativa: m ientras que si la m asa está por en cim a de la p o sió n de eq u ilibrio, en ton ces ,v e s negativa y - k x es positiva. R esu elva v" - 2 v' + v = — . Una persona cuenta actualmente con $ 6 000 y planea invertirlos en una cuenta que acredite interés continuamente. Establezca e l m odelo para esta situación. Esta ecuación se denom ina L ey d e O hm, llam ada así en honor de G. El volumen de salmuera en el tanque en cualquier tiempo t está dado por (7.7) como V0 + el —f t = 10 + 2f. Sin embargo, es una ecuación diferencial de Bem oulli que tiene la forma de la ecuación con p(x) = q(x) - x y n = 2. Ahora determinemos una función g(x, y) que satisfaga las ecuaciones (5.4) y (5.5). / = cosa: 6.37. We need your help to maintenance this website. R esu elv a — = x 2 - 2 x + 2. Encuentre a) cuánto moho estaba presente después de un día y b) cuánto moho estará presente en 10 días. Para satisfacer la condición y(0) = 0, necesitamos que c , + c2 = A partir de (/) 0 y'(x) = 2c,e2* + c2e* + 2 eos x tenemos que y'(0) = 2c, + c2 + 2. La ecuación característica es A3 - 6A2 + 11A—6 = 0, que se puede factorizar en (A - lX A - 2 X A - 3) = 0 Las raíces son A, = 1, A¿ = 2 y A3 = 3; por lo tanto la solución es y = c¡ex + c 2e2x+ c ,e }x 10.2. Resuelva y(4) —9 y" + 20 y = 0. , ... El problema del valor inicial y' - (2 /x)y = 0; y(0) = 0 tiene dos soluciones y = 0 y y = x 2. En t = 0 se vierte al tanque una so lu ció n de salm uera que co n tien e 1 Ib de sal por galón a un ritm o de 4 gal/m in , m ientras q u e la m ezcla bien agitada abandona el tanque a un ritm o de 2 gal/m in. ..... Por co n v en ien cia , ele g im o s la d irección d escen d en te c o m o la p ositiva y tom am os e l origen c o m o el centro de gravedad de la m asa en la p osición de equilibrio. Si después de 10 minutos la temperatura del cuerpo es de 75° F, encuentre el tiempo que requiere el cuerpo para alcanzar una tem peratura de 100° F. MÉTODOS CUALITATIVOS Construir un m o d elo puede resultar un proceso prolongado y difícil; su ele llevar varios años de in vestigación. 8 .6 7 . D e este m odo, el conjunto no es linealm ente dependiente; es, en cam bio, linealm ente independiente. A quí, f (x , y) = 2 j \y] y, por lo tanto, d f /d y no existe en el origen. D o s so lu cio n es lin ealm en te in d ep en dientes son e X'x y x e ^ x, y la so lu ció n general e s y = c xe ^ x + c2x e X'x (9 .7) A d v e rte n c ia : Las so lu c io n e s anteriores no son v á lid a s si la ecu a ció n diferen cial no e s lin ea l o n o tien e co e fic ie n te s con stan tes. 21 S o l u c i ó n ,g e n e r a l ..... Encuentre la solución general de y" - y = x2, si una solución es y = - x 2 - 2, y si dos soluciones de y" - y = 0 son e ' y he*. E c u a c io n e s d i f e r e n c ia l e s ..... • ..... PROBLEMAS RESUELTOS L o s problem as 2.1 a 2.11 tratan con varios m odelos, m uchos de los cuales representan situaciones del m undo real. www.FreeLibros.me P r o b l e m a s a d ic io n a l e s R esuelva lo s siguientes problem as de valor inicial. 158 E s ta b ilid a d ..... La ecuación no es separable en su forma presente, pues M(x, y) = xy1 no es una función sólo de x. Una v e z form ulados, quizá sea virtualm ente im posible resolver lo s m odelos de m odo analítico. Integrando ambos lados de la ecuación con respecto a x, encontramos que í ^ d x = J (x + s e n y)¿ t dx o bien g(x, y) = ^ x 2 + x s e n y + h (y) (1) Para hallar h(y), derivamos (/) con respecto a y, obteniendo d g / d y = x eos y + h \ y) , y luego sustituimos este resul tado junto con N{x, y) = x c o s y - 2 y en (5.5). D o s so lu cio n es lin ealm en te in d ep en d ien tes so n e ^ x y e ^ x , y la so lu ció n gen eral e s (teorem a 8 .2) y = c¡e^ x + c2e x,x (9 .4) E n e l c a s o e s p e c ia l A ^ —A j ,la s o lu ció n (9 .4) s e p u e d e v o lv e r a e s c r ib ir c o m o y = k1c o sh A 1x -[k2 senhA,.*. dt Ésta es una ecuación diferencial para la función desconocida T(t). 212 ..... ■ E n cu en tre la fo rm a g e n e r a l d e la s o lu c ió n d e la e c u a ció n (6 .7). 90 E l m étod o de los coeficientes in d eterm in a d o s ..... Aquí, £ = 5, /? 33 0 A lg u n o s c o m e n ta r io s so b re tecn o lo g ía ..... Inicialmente hay 300 colonias de bac terias en el cultivo y después de dos horas el número ha crecido un 20 por ciento. 7.34. La ecuación característica es A2 —7A = 0, que se puede factorizar en (A -O X A —7) = 0. 1.9. H alle una solución para e l problema de valor inicial y" + 4y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1, si se sabe que la solución general para la ecuación diferencial (véase capítulo 9) es y(x) = q sen 2x + c 2 eo s 2x. Las respuestas tecn o ló g ica s so n lu ego interp retadas o co m u n ica d a s a la luz de la situación de la vida real (la cantidad de m aterial radiactivo). Una persona cuenta actualmente con $ 8 000 y planea invertirlos en una cuenta que acredite interés continuamente a una tasa constante del 6.25 por ciento. hay tres fuerzas que actúan sobre el sistem a: 1) F (t). Otra solu ción de sal m uera, que contiene b Ib de sal por galón, se vierte en el tanque a una tasa o ritmo de e gal/m in en tanto que, fim u ltáneam ente, la solu ción bien agitada abandona el tanque a un ritmo d e /g a l/m in (figura 7 -2). Entonces (/) se puede volver a escribir como Q = —99e - 0 03' + 100 b) (2) Necesitamos í cuando Q = 2. 242 T ra n sfo rm ad as d e L a p la ce d e d e r i v a d a s ..... R esu elv a y " —y ' — 2 y = 0 . COSTA e s d o cto r, s a c e r d o te c a tó lic o y p ro feso r e n C ie n c ia s M a te m á tic a s e n la U n ite d S ta te s M ilita r y A c a d e m y , e n W e s t P o i n t, d e N u e v a Y ork , e n d o n d e a d e m á s f u n g e c o m o c a p e llá n . 3 .2 6 . La investigación debe ser capaz de construir un m od elo para esta situación (bajo la form a de una ecuación diferencial "m uy d ificil"). La solución g e n e r a l ..... Inicialm ernte, N (0) = 20 000. 2 .6 . Sustituyendo Q = 2 en (2), obtenemos 2 = - 9 9 c -003' + 1 0 0 o bien e-003' = — 99 de la cual 1 t= 7 .1 8 . Si inicialmente hay 100 m ili gramos del material presente y luego de dos años se observa que el 5 por ciento de la masa original ha decaído, encuentre a) una expresión para la masa en un tiempo cualquiera (y i>) el tiempo necesario para que el 1 0 por ciento del material original haya decaído. pero está presente de todas form as. R esuelva y " - 3 y ' + 4 y = 0. 8.68. Primero observamos que ln(l + e~x) = ln[e~x(ex + l) j = ln e_x + ln(ex 4 - 1) = —1 J-ln(e' + 1) de modo que ——e 2x ln (l-'-e " x) = - - e 2r[- l + ln(ex + 1)¡ = —e 2x ——e2x ln(ex + 1) 2 2 1 1 2 2 www.FreeLibros.me 106 C a p ít u l o 1 2 V a r ia c ió n de parám etros Luego, com binando térm inos similares, tenemos Hc'4hM)Hf34)f2,+ - - - e ' - - e : x ln(ez + 1) 2 2 2.r i = Q + Cjf* + Cf,e2x - - í 1+ 2e* - (ex)2j ln(e' a -1) = c4 + c , e t + c6e : ' - i (f " + l) 2 ln (e ' + l)^conc4 = c , + i , c5 = c2 a - i , Cf> = c} + ^ 1 2 .3 . 3 .1 4 . Determine la tasa de interés requerida para triplicar la inversión en 10 años compuestos en forma continua. 7.44. Si la cantidad original se duplica en dos horas, ¿en cuántas horas se triplicará? Al hacer click en uno de estos botones, compartes la página a través de alguno de estos medios. Advanced embedding details, examples, and help! ¡¡APRUEBE SU EX A M EN CON SC HA UM !! cuaciones 3 a E D IC IÓ N Richard Bronson Gabriel Costa 563 PROBLEMAS COMPLETAMENTE RESUELTOS CIENTOS DE PROBLEMAS DE PRÁCTICA CON RESPUESTAS UN CAPÍTULO NUEVO SOBRE MODELADO LA GUÍA IDÓNEA PARA NOTAS SOBRESALIENTES |Mc Graw Hill Utilícelo para las siguientes asignaturas: 5 Í ECUACIONES S Í INTRODUCCIÓN A LAS www.FreeLibros.me I DIFERENCIALES ECUACIONES DIFERENCIALES SÍ C Á LC U LO í II YIII S? b) Para este problema, (7.8) se convierte en dQ T i ' 10 + 2r Q= 4 Ésta es una ecuación lineal; su solución está dada en el problema 6.13 como e= - 40r + 4r2 + c 10 + 2/ www.FreeLibros.me U) P ro b lem a s resueltos 65 En t = 0, Q = a = 0. (V é a se prob lem a 7 .5 .) PR O BLEM A S DE TEM PER A TU R A L a le y d e l en fria m ien to d e N e w to n , q u e e s ig u a lm en te a p lica b le para e l ca len ta m ien to , e s ta b le c e q u e la ra zó n d e c a m b io en e l tie m p o d e la te m p e r a tu r a d e un c u e rp o e s p r o p o r c io n a l a la d ife re n c ia d e te m p e r a tu r a en tre e l cu erp o y e l m e d io q u e lo rodea. y' = x 3y + xy3-, (x2 + y 2)dx —— dy —0 xy2d x - (x 2y + y 3)dy = 0 ?y 3.35. La velocidad del cuerpo en cualquier tiempo t es v = | v 0 + M | e- 0 tal como debiera de ser, puesto que sólo se está agregando agua fresca. En esta página pueden encontrar diversos temas relativos a estructuras dinámicas, resistencia de materiales , desarrollados por el Dr. Genner ES UNA PÁGINA EXCELENTE. 1.8. H alle la solución para el problema de valor inicial y' + y = 0; y(3) = 2, si la solución general para la ecuación diferencial se sabe que es (véase capítulo 8) y(x) = c¡e~x, donde C] es una constante arbitraria. E s decir, P (0) = 1 0 0 0 . 309 Form a e s tá n d a r ..... ¿Cuánto tiempo le llevará a la barra enfriarse otros 200° C? E ntonces, el investigador cuenta con dos opciones: Sim plificar, o "hacer pequeños cam bios al m od elo para mejorarlo" y hacerlo m ás m anejable. Para satisfacer la condición inicial y(3) = 2, es suficiente esco ger q , de modo que q e ' 3 = 2, es decir, escoger q = 2e3. Sustituyendo este valor en (4), tenemos 3000 = o bien 8 e-2 ' + 16i - 8 376 = e ' 1' + 2 1 (5) Aunque (5) no se puede resolver explícitamente para r, podemos aproximar la solución por medio de la prueba de ensayo y error, sustituyendo diferentes valores de t en (5) hasta que encontremos una solución del grado de exactitud que necesitamos. U n cuerpo de m asa m se arroja verticalm ente al aire co n una velocid ad inicial v0. 9 M o d e lo s m a t e m á t i c o s ..... D e manera alternativa, vem os que para cualquier valor grande de r, el término exponencial negati vo puede ser despreciable. lxt - x t , b) y = x, c) y = l - x 2, d) y = 2xl - 2 , e) y=0 ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial x - 4 x + 4x = e'l a) x = e', b) x = e*, c) x = e2* + e', d) x = te21 + e \ e) x = e2' + te1 En los problemas del 1.32 al 1.35, halle c de modo tal que x(t) = ce21 satisfaga la condición inicial dada. 195 M é to d o d e E u l e r ..... U n circuito R L tiene una fe m (fuerza electrom otriz) d e 5 v o ltio s, una resisten cia d e 5 0 o h m io s, una inductanc ia de 1 henrio, y ninguna corriente in icial. Obsérvese que y(3) = q e -3. D em u e str e q u e e l fa cto r d e in te g ra ció n h a lla d o e n e l p ro b lem a 6 .1 e s ta m b ién un fa cto r d e in teg ra ció n tal c o m o s e le d e fin e e n e l c a p ítu lo 5 , e c u a ció n (5 .7). , v ' (at). Want more? 29 0 E cuaciones diferenciales c l á s ic a s ..... www.FreeLibros.me 2 C a p ít u l o 1 C o n c e p t o s b á s ic o s NOTACIÓN Las expresiones y', y", y''', y = (- 1 ,1) pero no en cualquier intervalo más grande que contenga a $. U n cu erp o q u e p esa 6 4 lb se d eja caer d esd e una altura d e 1 0 0 p ies c o n u na velo cid a d in icia l d e 10 p ies/seg . 224 T r a n s fo r m a d a s in v e r s a s d e L a p la c e 224 ..... V a lo res in ic ia le s C A P ÍT U L O 2 0 15 7 M é to d o s c u a l i t a t iv o s ..... D ado que z = y 2^ , la solución del problema original está implícitamente dada por y 2/3 = ex 2 + | x 5, o explícitamente por y - ± { c x 2 + | x 5) 3^2. Una buena aproximación consiste en colocar 2 1 = 376 o bien t = 188 seg. d on d e a e s la constante de proporcionalidad. Sen(f] + ^ c o s (f) = c, (¿ ^) + Cj (¿) Para satisfacer la segunda condición, y(7¡/6) = 1, precisamos iV 3 c 1 + | c 2 = l (2) Resolviendo (1) y (2) simultáneamente, hallamos 2 Ci=_Cz=7n Sustituyendo estos valores en y(x), obtenemos 2 y(x) = —¡=— (sen 2x —eos 2x) V 3 -1 como la solución al problema de valores en la frontera. b) tx + ty sen I c) (tx)3 + (tx)(ty)2 ett,ly = t 3(x 3 + x y 2e xly)\ hom ogénea d e grado tres. S o lu c ió n d e l p ro b lem a d e valor i n i c i a l ..... 7 .2 5 . 2 .1 . 3 0 4 S o lu cio n es y técn icas de s o lu c ió n ..... 177 M é to d o de M i l n e ..... D e fin ic ió n ..... 1 .1 0 . 1.20. 7.39. 290 F u n c io n e s g a m m a y d e B essel ..... E sto es. 8.36. Estas trayectorias ortogonales son elipses. El balance de la . Como las raíces A, = 0 y Aj = 7 son reales y distintas, la solución está dada por (9.4) como y = q e*' + c2elx = q + c2elx www.FreeLibros.me P roblem as 9 .3 . Porque sen 0 = 0, y(0) = c, + c2. Para una ecuación diferencial separable, M(x, y) = A(x) y N(x, y) = B(y). '..... En tanto que no tengam os una solu ción exac ta, analítica, en cierta form a obtenem os a l g o de inform ación que puede arrojar cier ta lu z sobre el m odelo y su aplicación. x 4 y(4) + xym = e* 1.16. É ste es un en fo que válid o, siem pre y cuando la sim p lificación no com prom eta excesivam ente la con exión con e l "m undo real" y, por lo tanto, su utilidad. 8.54. 1.49. Sustituyendo estos valores en (/), encontramos que 1 = ce0 + 1 0 0 , o bien c = —99. El problema de valor inicial xy' —2 y = 0; y (0) = 0 tiene dos soluciones y = 0 y y = x 2 . 114 115 Problemas de flotación ..... J* ty f | = t x + y sen I — ; hom ogénea de grado uno. Dado que k > 0, sabemos que P{t} se incrementará exponencialmente conforme t — Estamos obligados a concluir que éste no. 158 M é t o d o s n u m é r i c o s a d ic io n a le s p a r a r e s o lv e r e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n ..... 325 325 326 T r a n sfo rm a d a s d e L a p l a c e ..... 211 P r o p ie d a d es d e las tran sform ad as d e L a p l a c e ..... a) a) b) 3 .1 2 . 295 F unción gam m a ..... S o lu c io n e s d e s i s t e m a s lin e a le s p o r m e d io d e t r a n s f o r m a d a s d e L a p l a c e ..... x(0) = 1 1.34. 31 F a cto re s d e i n t e g r a c i ó n ..... 6.26. La solución para la ecuación diferencial está dada por la ecuación (4.2) así J e*dx + f (~y)dy = c www.FreeLibros.me P ro blem as resu elto s 25 o bien, realizando las operaciones de integración indicadas, se obtiene y 2 = 2e* + k, k = —2c. 32 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s lin e a le s d e p r im e r o r d e n 42 ..... De este modo, v, = J v[dx — J - l d x = -x v2 = f v2 dx = J - d x = ln|x| Sustituyendo estos valores en (/) obtenem os yp — -xe' -rxe* In¡jc| Por lo tanto, la solución general es y = >h~ >'p = c\e' + c2xex — xex+ xex ln |x| = c, e ' —cyxc* + xe11 ln]x|(c3 = c2 —1) 1 2 .4 . x sen — La ecuación no es hom ogénea, puesto que f{tx,ty) — 3 .1 0 . 4.21. La razón o tasa de cam bio de Q respecto al tiem po, d Q /d t, se iguala al ritmo al cual la sal ingresa al tanque m en os el ritmo al cual la sal deja e l tanque. 249 249 S o lu c io n e s d e e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s lin e a le s c o n c o e f ic ie n te s c o n s t a n t e s p o r m e d io d e m é to d o s d e m a t r i c e s ..... 7.53. E sto representa un enfoque cualitativo. Una barra de hierro previamente calentada a 1200° C se enfría en un gran baño de agua mantenida a una temperatura constante de 50° C. Después de investigar las técnicas de solución discutiremos la aplicación de estas ecuaciones diferenciales (véase capítulo 14). Contiene un capítulo de modelado y se abordan también algunos métodos cualitativos que se usan cuando es difícil obtener soluciones analíticas Contiene un apéndice que se basa en la calculadora ti-89 y el software mathematica. A su m im o s que la m asa del resorte e s m uy pequeña y se puede no tom ar en cuenta: adem ás, la resisten cia del aire, cu an d o está presente, es proporcional a la velocid ad de la m asa. 319 319 U n a in tr o d u cc ió n a la s ecu a cio n es en d iferen cia s ..... Aquí, xq = K ,y 0 — 0 , A(x) = xcosjcy B(y) = l - 6 y 5. (y 1)2 —5 y ' + 3.21. o bien (1 4 .1) -V — --------- , m m m Si el sistem a co m ien za en t = 0 con una velocid ad inicial v0 y d esd e una p o sició n in icial .t0. D eterm ine si la ecu a ció n diferen cial y d x - x d y = 0 e s exacta. R esu elv a x eo s x dx + {l —6 y 5)dy — 0; y (n) = 0. Asum(x) Esta última ecuación es idéntica a {6.1)

con p(x) = Oq (x) y q(x) = , ®). { x2- - * Z} 8.42. La ecuación (1.5) es una ecuación diferencial parcial, pues y depende tanto de la variable t com o de la x E l o r d e n de una e c u a c ió n d iferen cia l e s el orden d e la m a y o r d erivada q u e aparece en la ecu a ció n . Sustituyendo M(x, y) en (5.4). Vuelva a escribir (4.1) com o A (x) + B (y) y ' —
0. 4 .9 . 7.38. En e l capítulo 34 se introduce la idea de ecu acion es en diferencias. b) La ecuación (1) es una ecuación diferencial lineal, y su solución es v = ce - m g / k . 7 .1 7 . D ad o que a¡ y a o en (9 .7) y (9 .2) se asu m en c o m o reales, las raíces de (9 .2) d eb en aparecer en pares con jugad os; d e este m od o, la otra raíz es lin ealm en te in d
ep en dientes so n = a — ib. En (= 0, v = v0; de aquí 1 —(mg /k) , o c = v0 + (m g/k). Si y(x) es una solu ción , debe satisfacer la ecuación de manera idéntica en x ; de aquí que, A (x)+ B [y (x)]/(x) = 0 Integrando am bos lados de esta ecuación con respecto a x, obtenem os J A (x)d x +j B [y (x) \ y ' (x) d x = c En la segunda integral, haga el cam
bio de variables y = y(x), por e llo d y = y'(x) dx. E ncu en tre la corriente en e l circu ito para cualquier tiem p o t. xy' + y 2 = 3.1 7 . Encuentre a) la cantidad de sal en el tanque en cualquier tiem po r, y b) el tiem po en el cual la m ezcla en el tanque con tien e 2 Ib de sal. Su solución se encuentra en el problema 6.12 com o z = ex 2 + | x 5. Ohm (1 7
8 7 -1 8 5 4), físic o alem án. y(0) = 0. X I I I C A P Í T U L O 1 C o n c e p t o s b á s i c o s ...... ALCANCE DEL MÉTODO E l m étod o de variación de parám etros se p u ed e aplicar a to d as las e c u a c io n e s d iferen ciales. La ecuación diferencial del problema
6.1 se puede volver a escribir com o 4 = dx 3, + 6 que tiene la forma diferencial d y = (3 y + 6)dx o bien (3 y + 6)á x + (- l) 4 y = 0 (7) M ultiplicando (7) por el factor de integración I {x) = e~3* , obtenem os (3ye_3jt + 6e~}*) d x + { - e - 3x) d y = 0 Estableciendo M (x , y) = 3ye~3x + 6 e ~ 3* dM tenem os ay y (2) N (x , y) = - e ~ 3x , _ 3x dN =
3e = —— ax de lo cual concluim os que (2) es una ecuación diferencial exacta. {* * -5 } 8.41. — - 0 .0 1 y = dx 6.24. En el presente, el país tiene 80 m illones de habitantes. (V é a n se p rob lem as 7 .1 -7 .7 .) E sta m o s a su m ien d o q u e N (t) e s una fu n ció n d erivab le, y p or lo tanto con tin u a, en e l tiem p o. A dem ás, suponga que la tasa de
crecim iento de P (f) es proporcional al producto de la cantidad presente y cierto térm ino de “p ob lación m áxim a”, 100 000 - / >(í), donde 100 0 0 0 representa la capacidad guía. y(4) + xy'" + x2y" - x y ' + se a y = 0 1.18. 8.6 3 . D eterm in e si la ecu ación diferen cial 2 x y d x + (l + x 2) d y = 0 e s exacta. S i a su m im o s q u e d N /d t, la razón d
e ca m b io en e l tiem p o de esta can tidad de su stan cia, e s p rop orcion al a la cantidad d e su stan cia p resen te, en to n c e s d N /d t = kN , o bien -d » - k N dt = 0 (7 .1) d o n d e k e s la co n sta n te d e p rop orcion alid ad . D eterm ine si la ecu a ción diferen cial (x + sen y) d x + (x c o s y - 2 y) d y = 0 e s exacta. y'(0) = l, y ' (|] = l 1.45. 42 R
e d u c c ió n d e e c u a c io n e s d e B e r n o u l l i ...... E l siste m a se en cu en tra en su p o s ic ió n d e e q u ilib r io cu an d o está en d esc a n so . 8.55. - Í 2 £ — . 196 L a t r a n s f o r m a d a d e L a p l a c e
...... E n cu en tre la s trayectorias o rto g o n a les d e la fa m ilia d e cu rvas y = e x 2. Dado que y(;t/2) = c(sen tt + c 2 eos 7C= - c 2, debemos elegir c 2 = - 2 para satisfacer la segunda condición, y(x/2) = 2. COSTA United. b) y = x>- x A, b) y = sen x, c) y = 4e~x, d) y = 0, e) y
= i *2 + 1 ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial y" - xy' + y = 0? Determ ine si las ecuaciones en la forma estándar son hom ogéneas y /o lineales y, si n o son lineales, si son de Bernoulli; determ ine si las ecuaciones en forma diferencial, tal com o están dadas, son separables y /o exactas. 14 E c u a c io n e s h o
m o g é n e a s ...... O bserve que m ientras que x varía de xq a x, y varía de y(xo a y(x) = >• 4.20. * - ± z=o 6.45. 178 M é t o d o s n u m é r ic o s p a r a r e s o lv e r e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e s e g u n d o o r d e n a t r a v é s d e s is t e m a s
...... D e m anera alternativa, la so lu c ió n para la e c u a c ió n (4 .3) s e p u ed e ob ten er a partir d e XA (x) d x + f y B (y) d y = *o J y 0 (4 .4) S in em b argo, la e c u a c ió n (4 .4) tal v e z n od eterm in e la so lu c ió n d e (4 . 6.36. Por lo tanto, no existe una
solución para este problema. dx + ^ - d y = 0 x -y 3.24. 304 C on cep tos introductorios ...... Usando los resultados del problema 8.43 construya la solución general de y" - 5y + 6y = 0. C onsidere que M(t) representa la m asa de un elem en to en k g. En primer lugar volvemos a escribir la ecuación diferencial de este modo dx
dy xy 3 2 y4 + a4 Luego, sustituyendo (4.9) y (4.10) en esta nueva ecuación diferencial, obtenemos M +yj ü = tg Q y 3 dy 2 y4 + (y u) 4 que mediante operaciones algebraicas se puede simplificar y convertir en du _ u + u3 >" d y ~ ~ 2 + u* www.FreeLibros.me (2) P ro blem as o bien - d y + - + U du = y u+ u r esu elto s 27 (1) 0 La ecuación (1) es
separable; su solución es '2 + h 4 fJ ~y dy+ JJ ~u +7~u s du = c La primera integral es In Jy|. La solución es entonces y = c,e5x. ' 3* } 8.44. Este modelo convierte temperaturas de grados de la escala Celsius a grados de la escala Fahrenheit. ¿Cuánto tiempo le tomará a un depósito bancario triplicar su valor si el interés está compuesto
continuamente a una tasa constante del 5.25 por ciento anual? Las bacterias crecen en un cultivo a un ritmo proporcional a la cantidad presente. 89 8 C A P ÍT U L O 9 C A P ÍT U L O 11 La ecuación característica...... M odificaciones ...... En la figura 7-7
se muestran algunos miembros de la familia de círculos en líneas continuas y se muestran en línea punteada algunos miembros de la familia (/) que son líneas rectas a través del origen. 73 Ecuaciones diferenciales lineales ...... Si después de una hora se observa que 10 por ciento del
material original ha decaído, encuentre la vida media del material. á) Aquí, V0 = 100, a = 1, 6 = l y g = / = 3; por lo tanto, (7.8) se convierte en — + = 3 dt La solución a esta ecuación diferencial es Q= = ^ ce —003. Una taza de té se prepara en una taza precalentada con agua caliente de modo que la temperatura tanto de la taza
como de la infusión es de 190° F. (c 2 = c - c 1) R esu elva y ' = - ? Esta ecuación tiene la forma de la ecuación (5.1) con Ai (x, y) = 2xy y N(x, y) = l + x 2. C A P ÍT U L O 2 8 S o lu cio n es en se r ie s alred ed o r de un p u n to sin g u la r r e g u l a r ...... En ta les c a s o s, las té c n ic a s n u m éricas (v é a n se lo s c a p ítu
lo s 1 8, 19 y 2 0) s e u san para ob ten er u n a so lu c ió n ap roxim ada. ¿Es el conjunto {x 2, x, 1} linealmente dependiente en (-4 8.33. 52 C ir cu ito s e lé c t r ic o s ...... 31 0 31 0 Propiedades de lo s problem as de S turm -L io u v ille
...... E n cu en tre a) la ca n tid a d en la c u en ta lu e g o d e tres a ñ o s, y b) e l tie m p o req u erido para q u e la c u en ta d u p liq u e su valor, a su m ie n d o q u e n o h a y retiros ni d e p ó s ito s a d ic io na le s. 338 ín d ic e a n a lít ic o ......
www.FreeLibros.me S o lu c ió n sin c o n d ic io n e s in ic ia le s ...... Dado que v, = 128 pies/seg, de (7.6) tenemos que 128 = 64/ k , o bien k = Sustituyendo estos valores en (6.4), obtenemos la ecuación diferencial dv 1 — + - v = 32 . 50 www.FreeLibros.me P ro blem as d e c a íd a
d e c u e r p o s 51 S e g u n d a l e y d e l m o v im ie n to d e S e w t o n : L a fu e r z a n e ta q u e actú a sobre un cu erp o e s ig u a l a la razón d e ca m b io d e l m om en to d e l c u e r p o re sp e c to a l tiem p o ; o bien, p a r a una m asa con stan te (7.3) d o n d e F e s la fu e r z a n e ta so b r e e l c u e r p o y v la v e lo c id a d d e l cu erpo, a m b a s en
e l tiem p o t. y una fuerza electrom otriz (fem) E (t) en vo ltio s, gen eralm en te una batería o un www.FreeLibros.me 116 C a p ítu lo 1 4 A p lic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d if e r e n c ia le s lin e a le s d e s e g u n d o o r d e n generador, todo conectado en serie. R esuelva y ' + 4 / + 5y = 0. U n a v e z q u e k se e s c o g e p o sitiv a se
req u iere e l sig n o m en o s en la le y d e N e w to n para h acer q u e d T /d t se a n egativa e n un p ro ceso d e en friam ien to, cu an d o T e s m ayor q u e Tm. y p o sitiv a en un p r o c e so d e calen tam ien to, cu an do T e s m en or q u e Tm (v éa n se p rob lem as 7 .8 -7 .1 0). 52 T r a y ecto r ia s o r t o g o n a l e s
...... E n ton ces, la razón d e ca m b io e n e l tiem p o d e la tem peratura d el cu erp o e s d T /d t, y la le y d e en friam ien to d e N e w to n s e p u ed e form u lar c o m o d T / d t = —k (T —Tm), o c o m o — + k T = kTm dt m (7 .2) d o n d e k e s una co n sta n te d e p
rop orcion alid ad p o s itiv a . d) y - (x i - x i) w ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial y" - y = 0? Esta ecuación tiene la forma de la ecuación (5.1) con M(x, y) = y y N(x, y) = -x .A q u í dM , ir 1 dN , que no son iguales, de modo que la ecuación diferencial dada no es exacta. Reducción de una ecuación de n-ésim o
orden ...... 177 M é to d o d e A d a m s -B a s h fo r th -M o u lto n ...... x(0) = 0 1.33. 26 2 262 So lu cio n es alrededor del origen de ecuaciones h o m o g é n e a s ...... 148 149 150 www.FreeLibros.me C o n te n id o IX C A P Í T
U L O 1 8 M é to d o s g rá fic o s y n u m é r ic o s p a r a r e s o lv e r e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n ...... Otra forma de establecer esto es que la presión y el volumen son inversamente proporcionales. D e te r m in e s i la s s ig u ie
n te s f u n c io n e s s o n h o m o g é n e a s y, d e s e r a s í, e n c u e n t r e su grad o: 4.22. 140 D e f in ic ió n ...... El resultado d e esta sustitución es (4.2). L ey d e trayectorias cerradas (m allas) de K irch h off: eléctrico sim ple cerra d o es cero. — + 50y = 0 dt
6.44. ...... P R O B L E M A S D E C IR C U IT O S E L É C T R IC O S El circuito eléctrico sim p le que se m uestra en la figura 14-2 co n siste de un resistor R en ohm ios: un capacitor C en faradios; un inductor L en henrios. (e2x - y) d x + exd y = 0 3.25. 2 .9 . 9 www.FreeLibros.me 10 C a p ít u lo 2 U n a in t r o d u c c ió n a l o
s m o d e lo s y a lo s m é t o d o s c u a l it a t iv o s Figura 2-1 • Dejar el m od elo tal com o está, y usar otras técnicas, tales com o m étodos gráficos o num éricos (véan se los capítulos 1 8 , 19 y 2 0). y '+ x y = 6 x j y 6.40. Ir + fcj senh 0. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.36 es linealmente dependiente. y 3) una fuerza
debida a la resistencia d el aire dada por Fa = —a x. L as in teg ra les ob ten id a s en la e c u a c ió n (4 .2) p u ed en ser, para to d o s lo s p ro p ó sito s p rácticos, im p o s ib le s d e c a l cular. De este modo, (3) da 0 = 472«° + (128X0) + c, o bien c, = -4 7 2 El desplazamiento en cualquier tiempo t está dado por x = 472e_,/4 + 128í —472 7 .1 4 . dy (
1. = 8.3145 J/mol K) y T es la temperatura (en kelvins). obtenemos 2x + 2yy' = 0 ob ien — = - — dx y www.FreeLibros.me P ro blem as resuelto s 67 Aquí, f[x, y) = -x ly , de m odo que (7.15) se convierte en £(y _ y dx x La ecuación es lineal (y, en forma diferencial, separable); su solución es y = kx (1) la cual representa las trayectorias ortogonales. y)
= - £ •— .2 X —yL . '...... 196 M é to d o d e A d a m s -B a s h fo r th -M o u lto n ...... 336 C om entarios en trod u ctorios...... (y")2 ~ 3 y y ' + x y = 0 1.15. 7.37. Problem as d e S turm -L iouville ...... 7 ¿Cuáles de las siguientes funciones son
soluciones de la ecuación diferencial y - 2 t y = t l a) y = 2, 1.27. 8 .66. Dos minutos más tarde, la temperatura del té es de 150° F. - b) y = 5x, c) y = x5, d) y = eSx, e) y = 2e5*, ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial y' - 3y = 6 ? es (muy probablemente) un modelo razonable, debido al hecho de que nuestro
crecimiento es ilimitado. 50 P r o b le m a s d e c a íd a d e c u e r p o s ...... Inicialmente, hay 2 oz de este moho, y dos días después hay 3 oz. E l m é to d o C A P ÍT U L O 26 211 D e f in ic ió n
...... 0.03 98 ln — = 0.338 min 99 U n tanque con tien e in icialm en te 10 gal d e agua fresca. Hace 10 años tenía 70 m illones. y ' - l y = e* 633. a) ry + y2, b) x + y s e n (y / x) 2, c) x i + x y 2e x/y y d) x + xy a) (tx)(ty) + (ty)2 = t 2 (x y + y 2); hom
ogénea de grado dos. Encuentre la solución general de y" + y = x1, si una solución es y = x2 - 2, y si dos soluciones de y" + y = 0 son sen x y eos x. F = -1 2 8 Ib. La ley de Hooke proporciona entonces - 1 28 = -k(2). En (-1, 1), y = l/fjc2 — 1) y su derivada y' = - 2x/(x2 - l)2 son funciones bien definidas. P R O B L E M A S R E SU E L T O S 7 .1 . U s e la
ecu a ció n {4 .4) para resolver e l problem a 4.8. Para este problema, x 0 = 0 , y 0 = 1, A(x) = ex, y B(y) = - y . y (l) = 0 1.38. C A P ÍT U L O 3 2 S o lu c i o n e s ...... Por ejem plo, cuando con sid eram os un sim ple circuito eléctrico de corriente
directa (C D), la ecu ación V = RI representa el m o d elo de la caída de voltaje (m edida en voltios) a través de una resistencia (m edida en oh m ios), donde I es la corriente (m edida en am perios). 4.2 3 . La solución general es x = xh + xp = c l c o s 2 r + c 2 sen2r + - c o s 2 2r + — sen2 2r ^ 12.6. 12 , d 2N „ dN R esu elva t 2 — 5— — 2 1 — + 2n =
t ln t si se sabe que d o s solu cion es linealm ente independientes de la ecuación dt dt h o m o g én ea asociada son t y Primero escribimos la ecuación diferencial en su forma estándar, con la unidad como el coeficiente de la mayor derivada. 1 1 Z ce*'12 + 1 '2 + 1 . Determine cuáles de las ecuaciones diferenciales del problema 8.33 son homogéneas.
S i se sabe que la v elo cid a d lím ite e s 128 p ie s/s e g , en cu en tre a) una ex p resió n para la v elo cid a d d el cu erp o en cu alq u ier tiem p o t, b) una ex p resió n para la p o sic ió n d el cuerpo en cualq u ier tiem p o t. 233 T r a n s la c io n e s
...... La ecuación característica es A2 - 3A + 4 = 0 Utilizando la fórmula cuadrática encontramos que sus raíces son —"-t-l ly ; —6 y = 0. y '+ - y = 0 X £ 1 632. dt 4 que tiene la solución v = ce"'M + 128 (7) En / = 0, sabemos que v = 10. S e puede usar la
tecn olog ía para ayudam os a resolver la ecu ación (lo s programas d e com putación n os dan una respuesta). 31 0 E x p an sio n e s d e la s fu n c io n e s p r o p i a s ...... x y '+ y = x y l 6.39. eW+y) _ x 3.20. x= l+ tan(r + c) Resuel^va e*dx - y d y = 0; y (0) = 1. E sto sign ifica que e l sistema a
(1 2 .4) tien e un determ inante distinto d e cero y s e p uede reso lv er ún icam ente por v{ (a:), v'2(x) , . Sin embargo, agregamos que este modelo podría ser de utilidad en un corto periodo. 295 295 O peraciones algebraicas sobre series infinitas .... roblem as resuelto s 29 P ru eb e q u e to d a s
la s s o lu c io n e s d e la e c u a c ió n (4 .2) s a t is f a c e n la e c u a c ió n (4 . A sí, e l volum en de salm uera en cualquier tiem po es V0 + e t - f t (7.7) L a concentración de sal en el tanque en un m om ento dado es Q /(V0 + e t - f t) , de lo que se desprende que la sal sale d el tanque a una tasa de / dQ D e este m odo, o bien lb/m in V0 + et - f t = b
e —f V0 + e t - f t dt dQ dt f Q = be ' V0 + (e - f) t (7.8) (V éan se problem as 7 .1 6 -7 .1 8 .) CIRCUITOS ELÉCTRICOS L a ecuación básica que gobierna la cantidad de corriente I (en am perios) en un circuito RL sim p le (figura 7-3) co n sistente en una resistencia R (en oh m ios), un inductor L (en henrios) y una fuerza electrom otriz (abreviado fem
) E (en v oltios) es 7d t +7/ L =7 L (79) Para un circuito RC con sistente en una resistencia, una capacitancia C (en faradios), una fem , y sin inductancia (figu ra 7 -4), la ecuación que gobierna la cantidad de carga eléctrica q (en cu lom b ios) sobre el capacitor es ^■ + — q = ~ dt RC R (7 .1 0) / = — dt (7-11) L a relación entre q e l e s (V éa n se
problem as 7 .1 9 -7 .2 2 .) Para circuitos m ás com p lejos, véase e l capítulo 14. 234 S o lu c io n e s d e e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s lin e a le s c o n c o e f ic ie n te s c o n s t a n t e s p o r m e d io d e l a s t r a n s f o r m a d a s d e L a p l a c e ...... La gran cantidad de problemas
complementarios con respuestas, sirve como un repaso completo sobre el material visto en cada capítulo. N o. La corriente / que fluye a través del circuito se mide en amperios y la carga q en el capacitor se mide en culom bios. Volveremos sobre esta ecuación en el capítulo 14. Note, sin embargo, que l/fx2—1) no está definida en x = ±1, y por lo tanto
no podría ser una solución en ningún intervalo que contenga cualquiera de estos dos puntos. D e este m odo, 9 M (x ,y) d A (x) dy dy Q d N (x,y) dB(y) dx dx Q D ado que d M / d y = d N /dx la ecuación diferencial es exacta. ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de y" + y' = 0 si se sabe que dos soluciones particulares son y \ = 8 y y >2 =
1? C A P ÍT U L O 3 2 C A P ÍT U L O 3 3 C A P ÍT U L O 3 4 A p é n d ic e A A p é n d ic e B A lg u n a s e c u a c io n e s d ife ren cia les c l á s ic a s ...... La sal entra al tanque a un ritmo de b e lb/m in. D e m ue str e q u e u n a e c u a c ió n se p a r a b le se m p r e e s ex a cta . 110 A plicaciones d e
las ecuaciones diferenciales lineales de segun d o orden ...... Considere la ecuación c\e* + c 2 e - 1 = 0 (1) D ebem os determinar si existen valores de q y c2, am bos distin tos de cero, que satisfagan (I). Por ejem plo, el pronóstico del tiem po, el crecim iento de un tumor, o el resultado de la rueda de una ruleta, todos e llo s se pueden
conectar con alguna form a de m od elos m atem áticos. Después de www.FreeLibros.me 70 C a p ít u lo 7 A p lic a c io n e s d é la s e c u a c io n e s d if e r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n cinco minutos a la sombra, la temperatura del pastel se ha reducido hasta 250° F. Observamos que k < 0, porque M(t) está decreciendo en tamaño. Aquí x¡ =
cos2r, x2 — sen2í son dos soluciones linealmente independientes de la ecuación diferencial homogénea asociada y (l) = sen2 2í, de modo que la ecuación (12.6), con x reemplazando a y, se convierte en v¡ eos 2r + v2 sen 2r = 0 v,'(-2 sen 2r)+ v2 (2 eos 2r) = sen2 2r La solución de este conjunto de ecuaciones es v. ¿Cuánto habrá en la cuenta al cabo
de siete años, asumiendo que no hay extracciones ni depósitos adicionales? Encuentre a) una expresión para un número aproximado de colonias en el cultivo en cualquier tiempo dado r y b) el tiempo requerido para que las bacterias dupliquen su población inicial. La m asa se p on e en m ov im ie n to por m ed io de u n o o m á s d e lo s sig u ie n te s
m ed ios: d esp la za n d o la m a sa d e su p o s ic ió n d e e q u ilib r io , p r o p o r cio n á n d o le una v e lo c id a d in ic ia l, o so m e tié n d o la a u n a fu erza e x tem a F (t). Éste modela a los gases ideales y se conoce como Ley de un gas perfecto. Así, para satis facer ambas condiciones en la frontera de forma simultánea, requerimos que c 2 sea
igual a 1 y a - 2 , lo cual es imposible. Puesto que y(0) = Ci sen 0 + c 2 eos 0 = c2, debemos escoger c 2 = 1 para satisfacer la condición y(0) = 1. {«2' . A/'(r)oc VA/(r) impiicaque A/'(l) = fcv Aí(f). Pero si dividim os ambos lados de la ecuación por x1y2, obtenem os la ecuación (Mx)dx + (- l) d y = 0, que es separable. De este m odo, de la ley de las m
allas de Kirchhoff. 50 P r o b le m a s d e c r e c im ie n to y d e c a i m i e n t o ...... La barra se enfría 200° C durante el primer minuto. We are a non-profit group that run this website to share documents. In icialm en te no hay carga en el capacitor. R esu elva la ecu a ció n d iferencial dada
en el problem a 5 .1 . | Dirección x positiva a) En este sistema de coordenadas, la ecuación (7.4) tal vez no sea la ecuación de movimiento. 140 140 R ed u cción de ecu acion es diferenciales lineales a un sistem a d e ecu acion es de prim er o r d e n ...... Puesto que y(x) es una solución de
la ecuación diferencial para cada valor de q , buscamos el valor de q que también satisfaga la condición inicial. * } 8.40. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.45 es linealmente dependiente. Para este valor de í, el exponente es esencialmente 0 . La ecuación característica se puede factorizar así (A -A 1)(A -A 2) = 0 (9.3) 83
www.FreeLibros.me 84 C a p ít u lo 9 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s l in e a le s h o m o g é n e a s d e s e g u n d o o r d e n L A -S O L U C IÓ N G E N E R A L L a so lu ció n gen eral de (9 .7) se ob tien e directam ente a partir de la s raíces d e (9.3). ¿ V io la e s te r e su lta d o e l teo rem a ? Ésta es una ecuación diferencial de B em oulli con p
(x) = - 3 /j c , q (x) = x 4 y n = | . 1) = 5x + 3 dx dy = 1 (1.2) dx 4 — r- + (senjc)— f + 5xy = 0 dx3 (1 .3) dx¿ \3 d 2y (1 .4) + 3y dx d t2 4 ^ = dx2 0 (1 .5) U n a e c u a c ió n d ife ren cia l e s una ec u a c i ó n d if e r e n c ia l o r d in a r ia (E D O) s i la fu n ción d e sc o n o c id a d ep en d e so la m en te de una variab le in d ep en d ien te.
Sustituyendo M (x, y) = 2xy en (5.4), obtenemos dg/dx - 2xy. U n te o r e m a d e la s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e p rim er ord en e s ta b le c e q u e s í/ (jc, y) y d f (x , y) / d y so n c o n tin u a s e n un r e c tá n g u lo 91: \x - x 0 1< a , \y - y 0 1< b , e n to n c e s e x is te u n in te rv a lo alred ed o r d e x 0 e n e l cu a l e l p r o b le m a d e
valor in ic ia l y ' = f (x , y) \ X ^ o)=)'o tien e una ú n ica so lu c ió n . 7.33. Se sabe que cierto material radiactivo decae a un ritmo proporcional a la cantidad presente. 7.41. Aquí, F (x, y, c) = x 2 + y 2 - ex. 4 .7 . H a d irig id o in v e s tig a c io n e s a c e r c a d e m o d e lo s m a te m á t ic o s y s im u la c ió n p o r c o m p u ta d o r a e n T e c h n
io n , e n I s r a e l, y e n W h a r to n S c h o o l o f B u s s in e s s , d e la U n iv e r s ity o f P e n n s y lv a n ia . R esu elv a y ' = x Esta ecuación diferencial no es separable, pero es homogénea, tal com o lo muestra el problema 3.9a). 53 www.FreeLibros.me VIII C o n te n id o C A P ÍT U L O E cuacion es diferenciales lineales: teoría de soluciones
...... 83 83 84 C A P ÍT U L O 10 E cuacion es diferenciales lineales h om ogéneas de n-ésim o orden con coeficientes c o n s t a n t e s ...... 3 .1 3 . 3.15. C lasificacion es ...... La relación de proporcionalidad A f(0 a M(t) se
puede convertir en una ecuación introduciendo una constante de proporcionalidad, k (1/año). O bserve que esta forma sugiere la sustitución v = y /x que e s equivalente a (4.6). A usted le dijeron tam bién que la solu ción de la ecu ación diferencial F (t) = kP(t) está dada por P(r) = 1 0 0 0 e fe, donde t está en años. /( ]) = -! + eje2* + l e 1*-. S eries
de Fourier d e tipo cosen o ...... La ecuación característica es A2 —A —2 = 0, que se puede factorizar en (A + 1)(A - 2) = 0. 4 .1 1 . Sustituyendo estos valores en la ecuación diferencial, obtenem os —z*/2 z '——Z3/ 2 = x *z^ 2 2 x o bien z - - z = -x i x 3 Esta última ecuación e s lineal. La velocidad en
cualquier tiempo t está dada por v = -1 1 8 e-'''4 + 1 2 8 www.FreeLibros.me (2) 62 C a p ít u lo 7 b) A p lic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d if e r e n c ia l e s d e p r im e r o r d e n Como v = dxJdt, donde x es el desplazamiento, (2) se puede volver a escribir como — = - 1 1 8 « - ,''4 + 128 di Esta última ecuación, en forma diferencial, es
separable; su solución es jr= 472e~'/4 + 1 2 8 /+ C , (3) En t = 0, tenemos que x = 0 (véase figura 7-5). N o ta c ió n C A P ÍT U L O 2 1 ...... =0 - n , J 6.35. C o m en ta rio s g en era les ...... a)
Localice el sistema de coordenadas com o en la figura 7-5. Sustituyendo las ecuaciones (4.6) y (4.7) en la ecuación diferencial dada, obtenemos , V+ X dv 2(xv)*+x* = — ------------; ----- dx x(xv)} la cual se puede simplificar mediante operaciones algebraicas para obtener dv v4 + l x — = — ;— dx v3 L. Algunos miembros de esta familia, junto con ciertos
miembros de la familia original de parábolas, se muestran en la figura 7-8. 83 Comentario introductorio ...... y) = 2 x + e xy - y 2 + c, La solución a la ecuación diferencial está dada implícitamente por (5.6) así 2x+ev - y 2 = c2 (c 2 = c - c ,) www.FreeLibros.me P 5 .7 . E n tal c a s
o , la so lu c ió n q u ed a en la fo rm a im p lícita. jcy' + c o s fy '-f y) = l 3.19. Dado que las raíces A, = V ó y Aj = -n /ó son reales y distintas, la solución está dada por (9.4) así y= 9 .4 . S. La fuerza aplicada responsable de los 2 pies de desplazamiento es el peso de la bola. \ ¡ y X2 s o n ta n to re a le s c o m o d istin ta s . 7.30. 132 132 133 e A'
...... En términos de las variables t y y , tenemos que M (l, y) = y 2, N(t, y) = 2 y t + l, y dM d , 3. = — —eixe x + - e xeu = - — e2x + - e }x = - e lx 'p 12 3 12 3 4 Por lo tanto, la solución general es v = c¡e x + c,elx + i e}x 4 (Com párese con el problema a
11.2.) www.FreeLibros.me P roblem as 1 2 .5 . / - 3 x “y = 6.28. Una v ez construidos, ciertos m odelos se pueden usar para predecir m uchas situaciones físicas. c) La ecuación no es separable, pues M(x, y) = 1 + xy, que no es una función sólo de x. E n tre la s a fic io n e s a c a d é m ic a s d e G a b riel B . a > 0. P rim ero d e r iv a m o s im p líc ita m
e n te (7 .7 2) c o n r e sp e c to a x , lu e g o e lim in a m o s c en tre e s ta e c u a c ió n derivad a y (7 .7 2). tam bién ten em os las co n d icio n es in icia les -t(0) = ,v0 x (0) = v0 (1 4 .2) (V éa n se problem as 14.1 a 14.10.) La fuerza de gravedad no aparece exp lícitam en te en (14. 325 Introducción
...... Esto aproximaría de manera muy cercana el crecimiento exponencial. 15 E c u a c io n e s exactas ...... y ' + y = y 2. 2 P ro ble m a s d e va lo r in ic ia l y d e va lo
res en la fron tera 2 C A P ÍT U L O 5 C A P ÍT U L O 6 C A P ÍT U L O 7 ...... D o s so lu cio n es y el'a~ib}x y la so lu ció n general com o variable com p leja e s y = d ,e (a+íí,>í 4 -d 2e(a+fl')l (9 .5) q u e e s a lgeb raicam en te eq u ivalen te a (v éa se problem a 9 .1 6) y = c le ax e o s bx + c2e ax s tn b x C aso
3. oblen dy y2 - x * — = 4--------dx 2xy Aquí / (x . y(lH y'[Í\=2 143' = >(fj=1 1.44. Estas son ecu acion es en las que consideram os variables d isc retas; es decir, variables que só lo pueden aceptar ciertos valores, tales co m o números enteros. Una de tales formas está dada en el problema 3.5, ecuación (7), com o - d x + — dy = * y 0 Aquí M (x, y) = x
/y , N (x , y) = —1, dM 1 _8N dy x dx y la ecuación no es exacta. Obsérvese que cada línea recta intersecta a cada círculo en ángulos rectos. y ' - 7 > = s en 2 x 6.22. y' = 2xy + x\ (2xye~x2 + xe~%1)dx —é~* dy = 0 www.FreeLibros.me E c u a c io n e s DIFERENCIALES SEPARABLES DE PRIMER ORDEN SO L U C IÓ N G EN ER A L L a so lu c ió n
para una ecu a ció n sep arab le d e prim er orden (v é a se ca p ítu lo 3) es A(x)dx + B (y)dy = 0 { 4 .1) J A(x)dx + J B (y)dy = c (4 .2) d o n d e c rep resen ta una co n stan te arbitraria. 2 www.FreeLibros.me 20 C a p ítu lo 3 C la s if ic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d if e r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n 3.31. www.FreeLibros.me 12 A p lic
a c io n e s DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE SEGUNDO ORDEN 14 PR O BLEM A S DE RESORTES El sistem a de resorte sim p le que se m uestra en la figura 14-1 c o n siste de una m asa m unida al extrem o in ferior del resorte q u e está su sp en d id o v erticalm en te d e un sop orte. S o lu cio n es alrededor de otros p u n t o
s ...... La ecuación característica es A4 - 9 A2 + 20 = 0, que se puede factorizar en (A - 2XA + 2X A - V5 XA + -JE) = 0 Las raíces son A, = 2, Aj = - 2 , Aj = VJ y A« = —v/J; por lo tanto la solución es y = c,e2x + c2e~2x + c ^ r i' + —t, cosh 2x + k2 senh 2 x + k¡ cosh -Jix + kt senh >Í5x 10.3.
Resuelva y' —5 y = 0. .■ ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de y" + 16y = 0 si se sabe que dos soluciones particulares son y , = sen 4x y y2 = eos 4x1 8 .5 9 . 2 .3 . U n circuito R L tien e una fe m (en v o ltio s) dada por 3 sen 2r, una resisten cia de 10 o h m io s, una inductancia de 0 .5 h en rio s, y una corrien te in icia l d e 6 am perios.
La figura 2-1 ilustra este ciclo. www.FreeLibros.me 34 C a p ít u lo 5 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n e x a c t a s Aquí M (x, y) = x + sen y y N(x, y) = x eos y - 2 y. obtenemos dg/dx = x + sen y. _ 3 dN -^r = — (y2) = 2 y = - (2 y t + 1) = — dy ay di di de modo que la ecuación diferencial es exacta. a p ít u lo 4 E c u a c io n
e s d if e r e n c ia le s s e p a r a b le s d e p r im e r o r d e n donde hemos colocado c = —In|fc| y observamos que ln |x| + ln |fc| = ln |fct|. Ésta es una ecuación de segundo orden para x(t) con xh — C] eos 2r + c2 sen 2 1 De la ecuación (72.3) tenemos que xp = v, eos 2f + v2 sen 21 (]) donde v¡ y v2son ahora funciones de t. d on de k in d ica la co n
sta n te d e p ro p o rcio n a lid a d , g en era lm e n te lla m a d a co n sta n te d e l resorte. N o s e co n sid e r a n ta le s cu rv a s en e s te lib ro. 19 6 M é to d o d e R u n g e - K u t t a ...... La ecuación (9.2) se llama ecuación característica de (9.1). Ecuaciones no h om
ogén eas...... Los problemas que incluyan este modelo se presentarán tanto en el capítulo 7 como en el capítulo 14. Aquí la variable independiente es t. d) tx + (tx)(ty) = te + t 2xy\ no hom ogénea. 8.11. 132. D e m u e s t r e q u e e s t a d e f in ic ió n c o m p r e n d e la q u e s e d io e
n e l c a p ítu lo 3. ' + — co s 2 r — sen 2 r dt 5 5 5 7 .2 3 . To keep our site running, we need your help to cover our server cost (about $400/m), a small donation will help us a lot. Sustituyendo u - x / y d e regreso en (2), nuevamente tenemos (2) del problema 4.12. 14 14 E c u a c io n e s l in e a l e s
...... Dado que las raíces Aj = —1 y A 2 = 2 son reales y distintas, la solución está dada por (9.4) como y = c¡e~x + c2e2x 9 .2 . V olviendo a escribir (i) , tenem os que c2e~x = - q e * o bien (2) ,2 x ~c,e Para cualquier valor de q distinto de cero, el lado izquierdo
de (2) es una constante, mientras que e l lado derecho no lo es; por lo tanto, la igualdad en (2) no es válida. Si se d esea exh ib ir la gravedad ex p lícitam en te, en ton ces se d eb e m edir la distancia entre el extrem o final de la lo n g itu d n a tu ra l del resorte. /) . L a s ig u ie n t e d e f in ic ió n a ltern a tiv a d e u n a e c u a c ió n d ife r e n
c ia l h o m o g é n e a : u n a e c u a c ió n d ife r e n c ia l M (x , y) d x + N (x , y) d y = 0 e s h o m o g é n e a si ta n to M (x , y) c o m o N (x , y) s o n h o m o g é n e a s d e l m is m o g r a d o (v é a s e p r o b le m a 4 .2 1) . El Wronskiano de este conjunto se encontró en el problema 8.5 y resultó ser - 2 . Encuentre la corriente en el circuito en
cualquier tiem po t. R esuelva y" + 4 y = 0. 262 E cuaciones de segun d o o r d e n ...... 6.18. Un cuerpo a una temperatura de 0o F se coloca en un cuarto cuya temperatura se mantiene a 100° F. Si luego de 10 minu tos la temperatura del cuerpo es de 25° F, encuentre a) el tiempo
que requiere el cuerpo para alcanzar la temperatura de 50° F y b) la temperatura del cuerpo después de 20 minutos. Su solución es J V S rJ “ - o bien, realizando las integrales dadas, -arctan - —r2 = c 3 3 Resolviendo para y, obtenemos arctan - = 3(í2 + c) ^ = tan (312 + 3c) o bien y = 3tan (3t2 + k) con k = 3c. O b sérvese tam bién que com o a > 0 .
La exactitud sólo se define para ecuaciones de la forma diferencial, no para la forma estándar. 50 P r o b le m a s d e d is o lu c i ó n ...... y'(0) = 0 1.48. { * 3. 1 .1 2 . Asumiendo que no existe resistencia del aire, encuentre a) una expresión para la velocidad del cuerpo
en cualquier tiem po ty b) una expresión para la posición del cuerpo en cualquier tiempo tcon respecto al sistema de coordenadas descrito en la figura 7-5. Cada capítulo empieza con una presentación clara de las definiciones, principios y teoremas pertinentes, así como material ilustrativo y descriptivo. V uelva a escribir el problema a 9.3 en térm inos
de funciones hiperbólicas. 296 U n a in tr o d u c c ió n a la s ecu a cio n es d iferen ciales p a r c ia l e s ...... La ecuación característica es A - 5 = 0, que tiene una única raíz A, = 5. dN — = kN , (k = una constante) dt * 21 h y '+ x 2y — a:2 >v 6.34. 14 E c u a c io n e s d e B e r n o u l l i
...... Con escasas m odificacion es, todo lo que se presenta acerca de lo s m odelos con ecu acion es diferenciales se p uede tomar también com o cierto para lo s m odelos con ecu acion es en diferencias. La ecuación no es exacta. E l d o c to r C o s ta c u e n ta ta m b ién
c o n u n a r e s id e n c ia e n S e to n H a ll U n iv e r s ity . 5 .8 . 2) para reso lv er la e c u a c ió n d ife ren cia l y lu e g o a p licar la c o n d ic ió n in icia l para ca lcu la r d irectam en te. ¿Por qué este resultado no viola el teorema 8.1? 8.69. S uponga que la investigación ha dem ostrado que la tasa d e decaim ien to instantáneo d e este elem en
to (kg/añ o) e s proporcional a la cantidad presente: Af'(í) « M(t). {*2 .* } 8.38. 5 .2 . 7.42. E s, por lo tanto, m ás p od eroso que e l m étod o de co e fic ie n te s indeterm inados, que está restringido a ecu a cio n es d iferen ciales lin ea les con co eficien te s con stan tes y form as particulares de Sustituyendo estos valores en (i) obtenemos yp — ¿ -1-D
- ^ l n í ^ -h !)'-»-[—ln (^ + 1)1^ -t-'- ^ ln d - l- e - ^) L J [Z La solución general es y = y h + y p — C| + c 2ex + c ¡ e 2x + ^ (e x — 1) —^ ln (e ' + l) - e ' ln(ex + 1) —~ e2x ln(l + c ') Esta solución se puede simplificar. 7 .2 0 . Encuentre una solu ción para el problem a de valores en la frontera y" + 4y = 0; y (n / 8) = 0, y(7t/6) = 1, si la so lu ció n
general para la ecu ación diferencial e s y(x) = Cj sen 2x + c 2 eo s 2x. ¿Cuánto tiempo le tomará a la cuenta crecer hasta $13 500? D iscuta e l m odelo: 7> = 3 2 + 1.8 Tc . Finalmente, sustituyendo v = y/x hacia atrás en (1), obtenemos la solución a la ecuación diferencial dada com o y = x ln |fcx|. Encuentre una solución para el problem a de valores
en la frontera y" + 4y = 0 ; y (0) = l,y (n / 2) = 2, si se sabe que la solu ción general para la ecu ación diferencial e s y(x) = c¡ sen 2x + c 2 eo s 2 r. Determine cuáles de las ecuaciones diferenciales del problema 8.33 tienen coeficientes constantes. S i M(x, y) y N(x, y) son h om ogéneas de grado n, en tonces -N (tx ,ty) - t nN (x , y)
www.FreeLibros.me -N (x ,y) 30 C a p ít u lo 4 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s s e p a r a b le s d e p r im e r orden P R O B LE M A S A D IC IO N A L E S En lo s problemas d el 4 .23 al 4.45, resuelva las ecuaciones diferenciales o lo s problem as de valor inicial dados. d e p r im e r o r d e n 3 x 2y d x + (y + x l) d y = 0 b) x y d x + y 2d y = 0
La ecuación es exacta; aquí M (x , y) = 3x 2 y, N (x , y) = y + x 3 y d M / d y = dN/dx = 3x2. Si después de 10 años la población se ha triplicado y luego de 20 años la población es de 150 000, encuentre el núme ro de personas que vivían inicialmente en el estado. www.FreeLibros.me A p lic a c io n e s DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE
PRIMER ORDEN 7 FR O BLEM A S D E C R E C IM IE N T O Y D EC A IM IENTO S u p o n g a m o s q u e N (t) d en o ta la cantidad d e su stan cia (o p o b la ció n) q u e está en crec im ien to o b ien en d ecaim ien to. De este modo, 40(201 + 4(20)* = 4 g lb 10 + 2(20) 7 .1 9 . 1.14. Entonces, la solución R e s u e lv a y ' —^ y = x * y ^ 3 . (») + < y .
R esu elv a y ' — - ! ‘Xy x —y 2 Esta ecuación diferencial no es separable. R esu elv a y" - l y ' = 0. C onsidere las hipótesis d e lo s d o s problem as previos. Sugerencia: Designe la cantidad inicial com o Nq. N o es necesario conocer N0 explícitamente. [Obsérvese en (1.4) que el orden de la mayor derivada que aparece en la ecuación es dos.] La
ecuación (1.3) es una ecuación diferencial de tercer orden. Para eliminar c, observamos, de la ecuación dada, que c = y / x 2-, por lo tanto, dy/dx = 2y/x. También debe ser de considerable valor para aquellas personas en un curso de matemáticas, física, aerodinámica, elasticidad y otras muchas áreas de las ciencias y la ingeniería. Este libro está
pensado para que sirva como complemento de todos los libros de texto comunes en un curso formal sobre teoría de Ecuaciones Diferenciales y sus aplicaciones. 3) s o n s o lu c io n e s d e (4 .4) . La ecuación dife rencial dada tiene muchas formas diferenciales. S u p on ga que la p ob lación d escrita en e l problem a 2 .8 tien e una co m p o sició n in
icia l d e 1 0 0 0 . 5 .5 . 1.7. Determ ine si cualquiera de las funciones a) y t = sen 2x, b) y 2 (x) = x o c) y 3 (x) = i sen 2x es una solución para e l problema de valor inicial y" + 4y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1. D e este m odo, una ecuación diferencial dada tiene m uchas formas diferenciales, algunas de las cuales pueden ser exactas. EJEMPLO 9.1. La
ecuación característica de y ' + 3y' —4 y = 0 es A2 + 3A —4 = 0; la ecu ación característica de y " - 2 y ' + y = 0 es AJ - 2 A + 1 = 0 . ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de y"' - y" = 0 si se sabe que dos soluciones particulares son y (= x y >2=«*? Sustituyendo estos valores en (7), tenemos 10 = ce0 + 128, o bien c = - 1 1 8 . 177
...... P r o b le m a s d e v a lo r d e la fron tera de segu n d o ord en 309 31 0 Problem as de valor p r o p io ...... Observe que y(f)=C ‘Sen(í)+C 2C 0S(í)=C l(^)+Cj(i^) Para satisfacer la
condición y(7t/ 8) = 0, necesitamos < i(|> / 2) + c 2 (±> / 2) = Además, 0 U) > (f) = «. Determine la tasa de interés requerida para duplicar la inversión en ocho años compuestos en forma continua. C om o esta ecuación es válida para toda r, debe ser válida, en particular, para t = 1Ix. A sí, f (x , y) = f (\ , y / x) . Una levadura crece a un ritmo
proporcional a su cantidad presente. L o s sig u ien tes so n tres c a so s a considerar: C a so 1. ro blem as resuelto s 35 D eterm in e s i la e c u a c ió n d iferen cia l y 2d t + (2 y t + l) d y = 0 e s e x a c t a . A utom áticam ente co m p en sa m o s esta fuerza m idien d o l a d istan cia d esd e l a p o sició n d e eq u ilib rio del resorte. y 1 = xy; xydx - d y
= 0 3 .2 7 . {sen x, 2 c o s x , 3 sen x + co sx } 8.50. Para determ inar e l ritm o al cual la sal abandona el tanque, primero ca lcu lam os e l volu m en de salm uera en e l tanque en un tiem po t determ inado, que es el volum en inicial V0 m ás el volum en de salm uera e l agregado m enos e l volumen de salm uera f t extraído. U n a p erso n a d e p o
sita $ 2 0 0 0 0 e n una cu en ta d e ah orro q u e p aga 5 p o r c ie n to d e in te rés an u al, c o m p u e sto en fo rm a co n tin u a . La solución de este tipo de ecuación diferencial, que se describe cualitativamente como “decaimiento exponencial", se tratará en el capítulo 4. = — sen32r 1 2 vi = - s e n 2 2 íco s2 f 2 D e este modo, v, = —— f sen3 l t d t
= - c o s 2 í —eos3 2í 1 2-7 4 12 v2 = - f sen2 2í eos 2/ dt = - 1- sen3 2r 2 2J 12 Sustituyendo estos valores en (7) obtenemos 1 3* 1 eos j 2r , co s2 í + — —c o s 2 r - — sen 2r sen2r 4 12 12 1 1 = i c o s 2 2 — i (eos4 2 - sen4 2 l) 4 12 = i eos2 2r — i (eos2 2f - sen2 2í)(cos2 2r + sen2 2r) 4 12 = i c o s 2 2 r + — sen2 2r 6 12 porque eos2 2r + sen2 2f =
1. 103 104 P rob lem as de valor inicial para ecuaciones diferenciales lineales ...... S e n ecesita e l sig n o m en os porque esta fuerza se op on e a la velocidad; e s decir, actúa en la dirección ascen dente, o negativa (véase figura 7 -1). .'...... y(x) = c¡x + Ci + xl - 1; >0) = l . C a p ítu l o
4 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s s e p a r a b le s d e p r im e r o r d e n R esuelva d y = 2 t (y 2 + 9) d i. Sustituyendo estos valores en (7), encontramos que c = 0. Dado que v = dx/dt, (2) se puede volver a escribir como — = - 1 6 e - 2' + 1 6 dt Integrando ambos lados de esta última ecuación directamente con respecto a /, tenemos x (t) = 8 e -2'
+ I6 t + c((3) donde ci indica una constante de integración. 1.24. Entre los problemas resueltos se encuentran numerosas pruebas de teoremas y deducciones de fórmulas. 31 D e f in ic ió n d e la s p r o p ie d a d e s ...... Sustituyendo este valor por q en y(x), obtenemos y(x) =
2 e 3e'* = 2 e3'* como la solución del problema de valor inicial. 8.57. ...... E sto da u n a e c u a c ió n q u e c o n e c ta x , y y y \ la c u a l r e s o lv e m o s para y ' para ob ten er una e c u a c ió n d ife ren cia l d e la fo rm a dx = /(* .>) { 7 .1 4) L a s
tra y ecto ria s o r t o g o n a le s d e (7 .7 2) s o n la s s o lu c io n e s d e dy _ 1 d x ~ ~ f (x ,y) (7 .7 5) (V é a n s e p ro b lem a s 7 .2 3 - 7 .2 5 .) Para m u c h a s fa m ilia s d e cu rv a s, n o s e p u ed e r e so lv e r e x p líc ita m e n te para d y ld x y ob ten er u n a e c u a c ió n d ife ren cia l d e la fo rm a (7 .7 4) . E n 1 9 8 4 , o b tu v o e l d o c to r a
d o e n e l área d e e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s e n e l S te v e n s In stitu te o f T e c h n o lo g y . dt Esta fórmula se usa en electricidad; / representa la corriente (amperios), q representa la carga (culombios), t es el tiempo (segundos). y(0) = 1 1 3 7 . Determine a) la temperatura del pastel luego de 20 minutos, y b) el tiempo que le lleva al
pastel alcanzar 275° F. t 2 * 2 + / y _ tx2 + y , , 3 3 3 (tx) 2 3 (V rx J D e te r m in e s i la s sig u ie n te s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s so n sep arab les: a) s e n x d x + y 2d y = 0 a) b) La ecuación diferencial es separable; aquí M{x, y) = A(x) = sen x y A/(x, y) = B(y) = y2. S i una ecu ación diferen cial no presenta una de las form as dadas antes,
en ton ces es probable que la búsqueda de un factor d e integración no tenga éxito, para lo cual se recom iendan otros m étod os de solu ción . ¿Cuánto tiempo le tomará a un depósito bancario duplicar su valor si el interés es compuesto continuamente a una tasa constante del 8.75 por ciento anual? 42 A p lic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d ife
r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n ...... Obsérvese ■ que cada elipse intersecta a cada parábola en ángulos rectos. 8.53. 148 U n ejem plo ...... 15 E c u a c io n e s d ife r e n c ia le s s e p a r a b le s d e p r im e r o r d e n
......* ...... Este problema se deriva del problema 2.6; es decir, tenemos un modelo de “crecim iento exponencial”, P'(t) = kP(t), donde k > 0 . d y + dx = 0 0 6 = (J c+ y X y , _ 2) En los problem as del 3 .2 6 al 3.35, se dan ecu acion es diferenciales tanto en su forma estándar com o en su forma diferencial. M A T H E
M Á T I C A ...... ¿Se aplica el teorema 8.1 en el problema de valor inicial y ' - (2 / x) y = 0 ; y (l) = 3? R esu elva la ecu ación diferencial dada en el problema 5.4. Ya se demostró que esta ecuación es exacta. y) = ^ x 2 + x s e n y - y J + c, La solución de la ecuación
diferencial está dada implícitamente por (5.6) como 1 , , - x z + x sen y -y =c2 5 .6 . 7.45. Es decir, P(f) —» 100 0 0 0 , mientras que í —> La introducción d e la constante de proporcionalidad k nos con d u ce a la ecu ación d iferencial, P'(t) = k P (í)(100 0 0 0 - P(t)). dt2 dt Éste es un modelo clásico: sistema forzado de masa-resorte. Un moho crece a un
ritmo proporcional a su cantidad presente. EJEMPLO 1 4 .1 . Sustituyendo las ecuaciones (4.6) y (4.7) en la ecuación, obtenemos v+ x dv xv + x = -------dx x que se puede simplificar algebraicamente a dv x — = 1 ob ien dx 1 —dx —dv —dv = x 0 Esta última ecuación es separable, su solución es f ± d x - f d V= C la cual, al ser evaluada, da v = ln |x| - c, o
bien v = ln |fc c | www.FreeLibros.me (1) 26 C - 4.12. Problemas de circuitos eléctricos ......r ...... P ru eb e q u e s i y ' — f (x , y) e s h o m o g é n e a , e n to n c e s la e c u a c ió n d ife r e n c ia l s e p u e d e ree scr ib ir c o m o / = g (y / x) , d o n d e g (y l x) d e p e n d e s ó lo d e l c o c ie n
t e y / x . Tenem os que f (x , y) = f (t x , t y) . La ecuación característica es A2 + 4 A + 5 = 0 www.FreeLibros.me 86 C a p ít u lo 9 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s l in e a le s h o m o g é n e a s d e s e g u n d o o r d e n Usando la fórmula cuadrática encontramos que sus rafees son A -(4)d b '/(4)2 - 4 (5) 2 Estas raíces son un par complejo
conjugado, de modo que la solución está dada por (9.6) (con a = - 2 y b = 1) como y = Cíe-2' eos x + c2e-2 ' sen* 9 .8 . Encuentre N(t) para la situación descrita en el problema 7.7. 7.36. C on sid érese, por ejem p lo, la ecu a ció n y" — x 2y = 0 . 290 S o lu cio n e s p olin om iales y conceptos a so c ia d o s......
vz = xex y 0(x) = e'/x. Aquí, N (t) indica e l balance en la cuenta en cualquier tiem po t. Derivación e integración de matrices ...... 195 E c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e se g u n d o ord en ...... c) y' + 5 y = 0 d) y (4) + x í y"' + xy" -
exy ' + 2 y = x 2 + x + 1 e) y" + 2xy' + y = 4 x y2 f) y ' - 2 y = xy g) /+ y y '= * 2 h) y " + (x2 - l) y * - 2 y ' + y = 5 se n z 0 y + y (s e n j r) = jc i) y' + jc(seny) = x *) / Q y" + ex = 0 + «>= 0 8.34. E n t = 0 se vierte otra so lu ció n de salm uera que con tiene 1 Ib de sal por galón a un ritmo de 3 gal/m in , en tanto que la salm uera bien agitada
abandona el tanque al m ism o ritmo. 7.35. Suma de matrices ...... E n cu en tre la s trayectorias o rto g o n a les d e la fa m ilia d e cu rvas x 2 + y 2 = ex. La ecuación diferencial usa varios conceptos clásicos, incluyendo la segunda ley de Newton y la ley de Hooke. 6 =
ce_JO= — , de lo que se desprende que 101 101 + (l ^ l) = ,4 2 c o s2 ^ sen20 = A señó tan^ = -------- A cos 0 y A 2 (c° s2 ^-t-sen2 = A2 J -L 1 /Í Ü L L J U o ij/ U oiJ io En consecuencia, 1, tiene la forma requerida si 909 3 l= J y = ¡ \(1 0 1)2 VÍ01 7 .2 2 . Encuentre la solución general de y " ' - y " - y ' + y = 5, si una solución e s y = 5, y si tres
soluciones de y"'—y —y ' + y = 0 son ex, e~x y xex. a”° 2 .8 . 7.49. En t = 0, x = 0. Un cuerpo de 3 unidades técnicas de masa se deja caer desde una altura de 500 pies con una velocidad inicial de cero. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.44 es linealmente dependiente. Para lo s p rob lem as d e p o b la ció n , d o n d e N (t) e s
realm en te d iscreta y valuada por un n ú m ero en tero, esta h ip ó tesis e s in correcta. La familia, que está dada por (7.12) con F(x, y, c) = jc2 + y2 - c2, consiste de círculos con centros en el origen y radios c. ■. En cambio, presenta la forma y' =j[x, y), con ,, N 2y*+x* f (x , y) = -J— 3— donde f{tx,ty)= 2 (ty)4 + (t x) 4 f 4 (2 y 4 - r x 4) 2y4 -M 4 —
= ------j - — 5- — = ------- 5— = f (x , y) (ttXry) ' (ay3) ay 3 de modo que es homogénea. S ta tes M ilita ry A c a d e m y / S eton H a ll U n iversity R evisor técnico Raúl Gómez Castillo In stitu to T e cn oló gic o y d e E s tu d io s S u p e r io r e s d e M on terrey, C am pus Estado de M éxico Me Graw MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS •
GUATEMALA LISBOA • MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI SAN FRANCISCO • SINGAPUR • SAN LUIS • SIDNEY • TORONTO www.FreeLibros.me C o n te n id o A c e r c a d e lo s a u to r e s
...... Aplicando la condición inicial, obtenemos (1) 2 = 2c° + k, 1 = 2 + 1 o bien k = - 1 . r o b le m a s a d ic io na l e s b) y = 2, c) y = 2t, d) y = -3 /, e) y = í2 ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial? 131 131 132 Potencias de una
matriz cu ad rad a...... 114 Problemas de r e s o r te s...... D e este m odo, y = z ^ 2 y y ' = | z 1/ 2 z'. A lcance del m é to d o ...... y(0) = 0, y ' (| j = l y (|) = l
www.FreeLibros.me y '(«)= l 8 C a p ít u lo 1 C onceptos b á s ic o s En los problemas del 1.50 al 1.54, halle los valores de c¡ y c 2 de modo tal que las funciones dadas satisfagan las condiciones ini ciales prescritas. Un cuerpo se deja caer desde una altura de 300 pies con una velocidad inicial de 30 pies/seg. Sustituyendo estos valores en la ecuación
diferencial, tenemos / „ 2 y + 2 x y 2 = ------ 2x (x —1) 1 r- + 2x -5 ----- =0 X —1 De este modo, y = XI(x2 - 1) es una solución en $ = (- 1 ,1) . D iscuta este m odelo. rr~ ltg1/2 . =--2 = y 2 + 1 dy" 1.19. (Compare este resultado con el problema 6.9.) 10.4. Resuelva y m —6 y" + 2y' + 36 y = 0. Asumiendo que no hay extracciones ni depósitos adicionales,
¿cuánto tendrá el niño en la cuenta cuando tenga 2 1 años si el banco paga un 5 por ciento de interés por año, compuesto en forma continua para todo el periodo? Además, /(x) = 2 q eos 2x - 2c 2 sen 2x; de este www.FreeLibros.me P roblem as resu elto s 5 modo, /(O) = 2ci eos 0 - 2c 2 sen 0 = 2c¡. Una persona deposita $10 000 en un certificado
que paga 6 por ciento de interés por año, compuesto en forma continua. SO L U C IO N E S AL PR O BLEM A DE VALOR IN IC IA L L a so lu c ió n al p rob lem a d e v alor in icia l A (x) d x + B (y) d y = 0; y(jc 0) = y 0 (4 .3) p u e d e ob ten erse, c o m o d e costu m b re, u tiliza n d o e n prim er lu gar la e c u a c ió n (4 . Aquí n = 2 y yh = c,?* + c
2x e \ por lo tanto. 382 www.FreeLibros.me A cerca de los autores RICHARD BRONSON e s d o c to r y p r o fe so r d e m a tem á tica s d e F a ir le ig h D ic k in s o n U n iv ersity . y ' = xy, xdx ——d y = 0 y 3.2 8 . d 2y dy D iscuta el m odelo: m —p Tr + &----a-—- + ky = F(t). 7.27. In c lu so si se p u ed en realizar las in teg ra cio n es q u e se in d ica n
e n (4 .2), tal v e z n o se a p o sib le reso lv er a lg eb ra ica m en te para y en térm in os d e x. y(6) + 2 y V 3) + 5y 8 = e I ¿Cuáles de las siguientes funciones son soluciones de la ecuación diferencial y' - 5y = 0? X(= a + ib , u n n ú m e r o c o m p le jo . Así, para “peque ños” P(t), debería haber una pequeña diferencia enríe este modelo y el modelo
anterior que se discutió en los problemas 2.8 y 2.9. Si P(r) es cercana a 100 000 (lo que significa que 100 000 - P(t))eu/,y t l 2 x yet ,y (tx) 2 + (iy) 2 sen — ty r2 x 2 + t 2y 2 s e n y 2 , 2 x +y d) 3 .1 1 . 275 275 276 C A P ÍT U L O 2 9 C A P ÍT U L O 3 0 C A P ÍT U L O 3 1 . M é to d o m o d ific a d o d e E u ler C A P ÍT U L O 21 C A P ÍT U L O 22 M é to
d o d e R u n g e - K u t t a ...... { 3 at, 4 at} 8.37. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.46 es linealmente dependiente. t 2's—ti = l —sení 1.17. la fuerza Fa debida a la resisten cia del aire actúa en la d irección opuesta a la v elo cid a d y de esta
form a tiende a retardar, o am ortiguar, el m o v im ien to de la m asa. 9 .5 . 242 S o lu c io n e s d e e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s 243 ...... Sustituyendo estos valores de C\ y c2 en y(jc), obtenemos y{x) = i sen 2x como la solución del problema de valor inicial. ¿Q ué n os dice la ley de
B oyle? F unciones analíticas y puntos ordinarios ...... Si después de ' 2 0 minutos la temperatura del cuerpo es de 40° F y 40 minutos más tarde la temperatura del cuerpo es de 20° F, encuentre la temperatura inicial del cuerpo. (x - y) d x + y 2d y = 0 3.22. R esu elv a y ' = - - . Ahora
determinamos h(y). S o lu c i o n e s ...... C a so 2. Aquí Ü£ = v* di Integrando ambos lados de la ecuación con respecto a t, obtenemos , J|*-!>■= - !) k t = 1001:, d on d e k d en ota una constante. > '+ > = > 2 6.38. ¿Qué tasa de interés debe pagar el banco si
el depositante necesita tener $ 1 0 0 0 0 en cuatro años? Para el problem a que n os ocupa, existen d os fuerzas que actúan sobre e l cuerpo: 1) la fuerza debida a la gravedad dada por e l p eso w del cuerpo, que se igu ala a m g, y 2) la fuerza debida a la resisten cia d el aire dada por - k v , donde k > 0 es una con stan te de proporcionalidad.
Soluciones linealmente independientes...... 21 S o lu c io n e s al p r o b le m a d e v a lo r in ic ia l 21 ...... roblem as resuelto s 77 Vuelva a hacer el problema 8.9 probando directamente cómo se satisface la ecuación (8.7). www.FreeLibros.me P roblem as resu elto s 11 Las variaciones de este
modelo se pueden usar en problemas que van desde absorbedores de golpes en automóviles hasta para responder a aspectos de la columna vertebral en seres humanos. Determ ine c , y c 2 de m odo tal que y(x) = c , « 21 + c 2 c í + 2 sen x satisfaga las condiciones y(0) = 0 y y'(0) = 1. Para deducir la ecuación adecuada, vemos que hay dos fuerzas
sobre el cuerpo; 1) la fuerza debida a la gravedad, dada por mg y 2) la fuerza debida a la resistencia del aire, dada por kv, que impide la velocidad del cuerpo. Fue demostrado que esta ecuación es exacta. PROBLEM AS RESUELTOS 5 .1 . 2 .2 . (6.4) sigue Esta ecuación no es lineal. Tiene la forma de la ecuación (6.1) con y reem plazada por T, x
reemplazada p o r», p(t) = k y q(t) = lOOfc. 73 74 E l w ro n sk ia n o ...... Necesitamos Q al momento del derra me, que de la parte (a) es t = 20. • PR O BLEM A S D E C AÍDA DE C U ER PO S C on sid é r e se un cu erp o d e m a sa m q u e c a e v ertica lm e n te y q u e s ó lo está s ie n d o in flu id o p or la graved ad g y una
resisten cia d el aire q u e e s p rop orcion al a la v e lo cid a d d el cu erp o. P R O B L E M A S A D IC IO N A L E S En los problemas del 3.15 al 3.25, escriba las ecuaciones diferenciales dadas en la form a estándar. Un cuerpo de temperatura de 50° F se coloca en un homo cuya temperatura se mantiene constante a 150° F. 50 P r o b le m a s d e te m
p e r a t u r a ...... tenemos R I -t- L — + — q —£ (f) = 0 dt C (14.3) La relación entre q e I e s ¡ = dq dl = d^ dt dr Sustituyendo estos valores en (14.3) obtenem os ^ £ + « ^ + _ L 9 = i £ (f) dr L dt LC L U 4 .5) Si la cantidad inicial se duplica en un día, ¿qué proporción
de la cantidad inicial estará presente a los cinco días? 1.36. Primero observamos que ln(14-e"x) = ln e x(ex 4-l)¡ = lne~x 4-ln(ex J- l) = - 1 -L ln (e r 4-1) de modo que 1 1 1 - - e 2x ln(l -c e" *) = - -Le2'! - 14- ln(ex 4 -1) j = - e2x - - www.FreeLibros.me ln(e* 4-1) 104 C a p ítu lo 12 V a r ia c ió n de parám etros Para ej caso de n = 2, las ecuaciones (12.4)
se convierten en ví>i + v'2y2 = 0 (12.6) VW\ + vW-i = ¥ ,x) y para el caso de n = 1, nuevamente obtenemos la ecuación simple (12.7) v[y\ = 0 0 0 D ad o que y 2 (x) , . Multiplicación escalar y de m atrices...... R esu elva y" — y 1— 2 v = e y' . U n a f u n c ió n g (x , y) e s h o m o g é n e a d e
g r a d o n s i g (t x , t y) = t ng (x , y) p ara to d a t. Puesto que es distinto de cero para al menos un punto en el intervalo de interés (de hecho, es distinto de cero en cada punto del intervalo) tenemos, a partir del teorema 8.3, que el conjunto es linealmente independiente. S i la fu n c ió n d e sc o n o c id a d ep en d e d e d o s o m ás variab les in d
ep en die n tes, la e c u a c ió n d ife ren cia l e s u n a e c u a c ió n d ife r e n c ia l p a r c ia l (E D P). EJEMPLO 1.1. Las siguientes son ecuaciones diferenciales que incluyen la función desconocida y. Inicialmente hay 250 colo nias de bacterias en la solución que crece a 800 colonias después de siete horas. Esta ecuación se puede volver a escribir
como dy —2 tdt = 0 y2 + 9 la cual es separable en las variables y y r. Sustituyendo estos valores en la ecuación {4.4), obte nemos J* xc osxdx + j ' y(l - 6 y 5)dy = 0 Calculando estas integrales (la primera mediante integración por partes), encontramos que x s e n x |j + c o s x |^ + (y —y6)|^ = o bien 0 x se n x + c o s x + l = y6 - y Dado que no
podemos resolver esta ecuación explícitamente para y, debemos conformamos con su solución en su presente forma implícita. 116 117 M a t r ic e s ...... Las ecuaciones características para ecuaciones diferenciales que tienen variables dependientes distintas que
y se obtienen análogamente, reemplazando la y-ésima derivada de la variable dependiente por medio de A¡(j —0.1. 2). y, = e2x y Q(x) = e~x, de la ecuación (12.6) tenemos que v((e~x) + v2(e2') = 0 t'í (—e ~*) + v2(2e2r) = e5z Resolviendo este conjunto de ecuaciones simultáneamente, obtenemos v¡ = —e4* /3 y v2 = e"/3, de lo cual v, = -elx/\2 y v2
= r ' / 2-Sustituyendo estos resultados en (/) obtenemos v . Aquí, y es el desplazamiento (m), t es el tiempo (seg), m es la masa (kg), a es una constante de fricción o amortiguamiento (kg/seg), k es la constante del resorte (kg/seg2) y /'(;) es la función de forzado (N). PROBLEMAS ADICIONALES En los problemas del 1.14 al 1.23, determine a) el orden,
b) la función desconocida y c) la variable independiente para cada una de las ecuaciones diferenciales dadas. Aquí n = 2 y yh = e,e~ ' + c 2elx: por ello, (/) Dado que y,e~z. • • 7.31. a) y = 5, 1.25. Su solución es N (t) = ce 0 05' www.FreeLibros.me (7) 54 C a p ítu lo 7 A p lic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e p r i m e r o r
d e n En r = 0, N(0) = 20 000, que cuando se sustituye en (1) da 20 0 00 = ce 0 05(0) = c Con este valor de c, (1) se convierte en N (t) = 20 OOOe005' (2) La ecuación (2) da el balance en dólares de la cuenta en un determinado tiempo t. * 2 } 8.39. Derivando (1) con respecto a y, obtenemos d g / d y = x 2 + h'(y). Utilizando los resultados del problema
9.3 con las identidades e** = coshA* + senhA* y e~Xx —cosh Xx - sen Xx obtenemos y = cIe'^* + c2e~'^' = c, (cosh 4ix + senh yÍ5x)+ c2(cosh V5x-senh -JEx) = (.cl+ c2)cosksÍ5x+(cl-c 2)senh\Í5x = kxcosh \Í5x+ áj senh-JSx donde k¡ = c, y k2 = c ¡ - c 2. El factor de integración es l (t) = eSk,u = e b Multiplicando la ecuación diferencial por /(»),
obtenemos eh — + keh T = \0 0 k e b dt o bien — (Teb) = l0 0keb dt Integrando ambos lados de esta última ecuación, tenemos Teb — 100eh + c de donde 6.16. 3) d e m a n e r a ú n i c a ; e s decir, (4 . 21 1 F u n c io n e s d e otras va ria b les in d e p en d ie n te s ...... Estas ecu a cio n es no
son válidas si, por ejem plo, la resistencia del aire no e s proporcional a la velocidad sin o al cuadrado d e la velocidad, o si la dirección ascendente se tom a com o positiva. E l d o c to r B r o n s o n h a s id o ed ito r a s o c ia d o d e l p e r ió d ic o S i m u l a t i o n , e d ito r d e S I A M N e w s , y co la b o ra d o r d e B e ll L a b o ra to ries. 4 .1 0 . D e
este m odo, en cualquier tiem p o t. N o o b s tante, (7 .1) aún p rop orcion a una buena a p roxim ación a las le y e s físic a s que gob iern an tal sistem a. 94 95 95 95 C A P ÍT U L O 11 C A P ÍT U L O 12 V ariación de p a r á m e tr o s...... C A P ÍT U L O 24 176 177 M a n ip u la c ió n d e d en o m in a d o
res C A P ÍT U L O 23 17 6 ...... 89 La solución g e n e r a l...... PR O BL EM A S A D IC IO N A L E S 7.26. el m o v im ien to de un resorte que vibra p uede
estar dado por m m m si el origen , x = 0 . La ecuación característica A5 - 6A2 + 2A + 36 = 0 tiene raíces A, = —2, Aj = 4 - i 4 l y Aj = 4 - iV 2 . 7.52. 33 6 T I-89 ...... S i la resisten cia d el aire e s d esp reciab le o no existe, en tonces k = 0 y (7 .4) se sim
p lifica a dv — = g (7 .5) (V éa se problem a 7 .1 1 .) C uando k > 0, la velocid ad lím ite v(está definida por (7 .6) Cuerpo que cae V mg V0 gal Suelo /g al/m in Dirección x positiva Figura 7-1 Figura 7-2 www.FreeLibros.me 52 C a p ítu lo 7 A p lic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s o e p r im e r o r d e n A d verten cia : Las ecu a
cion es (7 .4), (7 .5) y (7 .6) só lo son válidas si se satisfacen las con d icion es dadas. Esta ecuación se clasificará como “ecuación separable" (véase capítulo 3). resu elto s 107 Resuelva x + 4x = sen2 2í. a) y = x2, 1.31. Please help us to share our service with your friends. www.FreeLibros.me 24 4 .6 . F un cion es de B e sse l
...... dy Esta ecuación se puede reescribir en forma diferencial de -dt = 0 x -2x + 2 la cual es separable en las variables x y I. 9 E l “c ic lo d e l o s m o d e lo s ” ...... 83 5 . c) y = e ' , d) y = e ' - \ , e)y = - 7 e ' - i ¿Cuáles de las siguientes funciones son
soluciones de la ecuación diferencial dy/di = y / t i a) y = 0, 1.28. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.41 es linealmente dependiente. Las bacterias crecen en una solución nutritiva a un ritmo proporcional a la cantidad presente. ,{‘ 2X. 157 M é to d o d e E u l e r
......• ...... d 2y dxl + y= * f) 1.23. 9 C la s if ic a c io n e s d e la s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n F o r m a está n d a r y fo rm a d ife ren cia l C A P ÍT U L O 4 1 ......
Su solución se encuentra en e l problema 6 .1 0 com o z = ce* de la ecuación diferencial original es 6.17. O0 = A X= ‘ Puesto que es algebraicamente imposible resolver esta ecuación de manera explícita para y, la solución debe quedar en su presente forma implícita. El problem a e s en con trar la cantidad de sal en e l tanque en cualquier tiem po t.
A su m a que la resisten cia d el aire e s p rop orcion al a la v elo cid a d d el cuerpo. Aquí, E = 3 sen 2r, R = 10 y L = 0.5; de aquí (7.9) se convierte en — + dt 20/ = 6 sen 2 r Esta ecuación es lineal, con solución (véase capítulo 6) f d (/e 20') = f 6e20' s e n ltd t Llevando a cabo las operaciones de integración (la segunda integral requiere dos veces la
aplicación de operaciones de integración por partes), obtenemos / - ce"20' + 101 sen 2 f — eos 2 r 101 En t = 0, / = 6 ; por lo tanto. 6.41. A suma que lo s m odelos son válidos, inclusive en lo s casos en donde algunas de las variables son discretas. y' = —— ; 2xydx + x2dy = 0 x 3.32. Sustituyendo esta expresión en (1) se tiene g(x, y) - x 2y + y + c
i La solución de la ecuación diferencial, que está dada implícitamente por (5.6) como g(x, y) - c es x2y + y = c2 (c 2 = c - C [ ) Resolviendo para y explícitamente, obtenemos la solución así y = c 2 / (x 2 + 1). dx + - 7 -l (xyT x2 +y2 I (xyy -1 L (n - ix ^ r ‘J xí + yi nM 1 ydy+xdx (x 2 + y 2)" (x 2 + y 2)" ’ aydx+bxdy (a, b constantes) ydx+xdy 1 ydy+xdx
ydy+xdx ^ A x) x< " ' y h-' L2 J J -1 L2 (n - l) (x 2 + y 2) ' 1-1 J x a-' y b- ' (a y d x + b x d y) = d (x ay h) www.FreeLibros.me P roblem as r esu elto s 33 Si M = y f (x y) y N = x g(xy), entonces En general, lo s factores de integración so n d ifíc ile s de descubrir. Conforme t —» °°, la corriente / se aproxi ma al valor de la corriente de estado
estacionario. S o lu ció n general ...... Necesitamos t cuando 10 + 2f = 50; de aquí, t = 20 min. A sú m a se q u e tanto la gravedad c o m o la m asa per m a n ecen co n sta n tes y, por co n v en ien cia , e s c ó ja s e la d irecció n d esc en d en te c o m o p ositiva. El té
se deja enfriar luego en un cuarto que se mantiene a una temperatura constante de 72° F. S u stituyendo este resultado en (7 .3), ob tenem os , dv m g — kv = m — dt o bien (7 .4) c o m o la ecu a ció n d e m ov im ien to para e l cuerpo. ...... Para evaluar ia segunda integral, usamos fracciones F
aciales sobre el integrando para obtener u + u3 m(1 + u 4) u 1+ u 4 Por lo tanto, >2 + u4 J u + u5 = f- d u - f —^—r d u = J u J 1 + u4 2 1 n|u| ——ln(l M 4 + u4) La solución para (!) está en ln|y| + 2In|u| —-|-in(l + u4) i4) = cc,, la cual se puede reescribir como coi ty 4 u 8 = l + u 4 W donde c = —-i- ln|ác|. EJEMPLO 1.3. L a ecuación (7.7) es una
ecuación diferencial de primer orden; (7.2), (1.4) y (7.5) son ecuaciones diferenciales de segundo orden. C A P ÍT U L O 25 C o n v o lu c io n e s y f u n c ió n u n it a r io ...... ornen j v3 A —d x — ;------ dv = 0 x v4 + 1 1 Esta última ecuación es separable; su solución es 1 f -d x - f •> X J
— d v —c V -1-1 Integrando, obtenemos ln |x| - ^ ln(v 4 + 1) = c , o v4 + l = (fcx) 4 W donde hemos colocado c = —ln|tc| y luego usado las identidades ln|x| + In|*|= ln|Jfct| y 4ln |fcx|= ln(fct)4 Finalmente, sustituyendo v = ylx de regreso en la ecuación (7), obtenemos y 4 = q x 8 - x 4 (c, = it4) 4.13. 94 Forma sim ple del método
...... de la ecuación (12.6), tenem os que v í(e ') + ví(xe) = 0 v ,V) - L v '(e t + x e ') = — x Resolviendo este conjunto de ecuaciones simultáneamente, obtenemos v¡ = - 1 y v2 = l/x. Dado que y(x) es una solución de la ecuación diferencial para todos los valores de q y c 2 (véase el
ejemplo 1.4), bus camos aquellos valores de q y c 2 que también satisfagan las condiciones iniciales. y [f) = 0. II o II 6.30. Sustituyendo esta /i(y) en (/), obtenemos ?(*. F = -Icl. { x 2, j:3, jc4 } 8.49. Sustituyendo estos valores en (3), obtenemos 0 de lo cual concluimos que q = -8 = 8 e _2(0) + 1 6 (0) + c, = 8 + o, y (3) se convierte en x (f)= 8 e~2' +
16í —8 (4) La bola golpea el suelo cuando x(t) = 3 000. y = x y + l ; (x y + l)dx - d y = 0 3.2 9 . En este caso, k - 0.05 y la ecuación (7.7) se convierte en — -0 .0 5 N = 0 dt Esta ecuación diferencial es tanto lineal com o separable. x (l) = 0 1 1.35. 224 225 233 C o n v o lu c i o n e s
...... EL “CICLO DE LOS M ODELOS” Supongam os que ten em os una situación de la vida real (querem os encontrar la cantidad de material radiactivo en cierto elem ento). Las herramientas tecn ológicas pueden ser de extrem a ayuda en este en foqu e
(véase el apén d ice B). a) y = -2 , b) y = 0, c) y = e3x- 2 , d) y = e2x- 3, www.FreeLibros.me e) y = 4e3x- 2 P 1.26. k > 0. Dividiendo la ecuación por í2, obtenemos d }N 2 dN 2 „ 1, — -------- — + -ylV = -ln r dt t dt t2 t con = 3 72 72 2 2 y¡2 12 R eso lv ien d o (7) y (2) sim ultáneam ente encontram os que c , = — — \Í2 1 48 y c , — — — >/2 2 48 d e l
on d e la so lu ción al problem a de valor in icial se convierte en x = — \Í2 48 eos 2 / — —\Í2 sen 2 1 + —e o s2 2r + — se n 2 2 1 48 6 P R O B L E M A S A D IC IO N A L E S R esu elv a los sig u ien tes problem as de valor inicial. Así, hallamos x eos y + t í (y) = x eos y - 2y o bien tí (y) = -2 y de lo cual se sigue que h (y) = - y 2 + c,. Note que y(0) = q
sen 0 + c2 eos 0 = c2. ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de d 5y /d x s = 0 si se sabe que tres soluciones particulares son las funciones dadas en el problema 8.47? R e d u c c ió n d e e c u a c io n e s h o m o g é n e a s ...... 7.50. Asumiendo que esta tendencia continúa, encuentre o)
una expresión para el número aproximado de personas que viven en el país en cualquier tiempo t (tomando í = 0 para el tiempo presente) y b) el número aproximado de personas que habitarán el país para el fin del próximo periodo de diez años. = 5 0 y £ = l ; por lo tanto (7.9) se convierte en — + 5 0 /= 5 dt La ecuación es lineal; su solución es /= < *
- * > '+ .L 10 En t = 0, / = 0; de este modo, 0 - ce M{0) + dj, o bien c = — La corriente en cualquier tiemp r es entonces V) / = - - L e - * > '+ - L 10 10 1 .a cantidad - '¡oe en (/) se llama corriente transitoria, pues esta cantidad va hasta cero ("se extingue") con forme t —» °°. Encuentre la corriente en e l circuito en cualquier tiem p o t. L as raíces d e
la ecu ación característica so n A, = x y A2 = - x , pero la so lu ció n n o e s y = c 1e (’,)x + c2e (-x)x = q e * ' + c2e ~ x' L a s ecu a cio n e s lin ea les con co eficie n tes variab les se consideran en lo s cap ítu los 2 7, 2 8 y 2 9. Sustituyendo M(x, y) en (5.4), encontramos que d g / d x = 2 + yexy \ integrando luego con respecto a x, obtenemos ¡ ^ ■ d x
= l í 2 + ye ^] d x ox o bien g(x, y) = 2 x+e** + h (y) (/) Para hallar h(y), primero derivamos (/) con respecto a y, obteniendo dg /d y = xe** + tí(y)\ luego sustituimos este resultado junto con N(x, y) en (5.5) para obtener xev + tí(y) = xe** - 2y o bien t í (y) = - 2 y Luego sigue que h (y) = - y 2 + c ,. Su solución es [dt = c J x3 - 2 x + 2 •> Calculando
la primera integral al completar el cuadrado, obtenemos f— ± [dr = c J (x -l)2+ l o bien ■> arctan(x —1) —t = c Resolviendo para x como función de r, obtenemos arctan (x —l) = r + c x —1 = ta n (r + c) ob ien 4 .8 . 1 .1 1 . cuenta crece por m edio de los pagos de intereses, que son proporcionales a la cantidad de dinero en la cuenta. 2 .5 . "¿Qué tan
útil?” y “¿en qué tan corto periodo?” son preguntas que se deben buscar cualitativamente, y dependen de las limitantes y los requerimientos del problema particular que se tenga. E stablezca un m odelo para esta relación. Para satisfacer la condición y' (0) = 1, necesitamos que 2c, + c 2 + 2 = 1, o bien 2c , + c2= -1 (2) Resolviendo simultáneamente
(1) y (2), obtenemos c , = - l y c2= 1. La población de un país ha crecido a un ritmo proporcional al número de personas en el mismo. La ley de Boyle establece que, para un gas ideal a temperatura constante, PV = k, donde P (atmósferas), V (litros) y * es una constante (atmósferas-litros). R esu elv a la ecu a ció n d ife ren cia l dada en e l p rob lem a
5.7. Ya se demostró que esta ecuación es exacta, así que el procedimiento de solución dado por las ecuaciones (5.4) hasta la (5.6), con t reemplazando a x, es aplicable. Aquí observamos que las unidades de k s o n . Encuentre a) una expresión para el número aproximado de colonias en el cultivo en cualquier tiempo r y b) el tiempo necesario para que
las bacterias crezcan hasta 1600 colonias. 14 E c u a c io n e s s e p a r a b l e s ...... www.FreeLibros.me P r o b le m a s a d ic io n a l e s 69 7.29. www.FreeLibros.me P roblem as resuelto s 53 I F igu ra 7-4 T R A Y E C T O R IA S O R T O G O N A L E S C on sid é r e se una fa m ilia d e cu rvas d e un parám etro e n e l
p la n o x -y d e fin id a por F (x ,y ,c) = 0 (7 .7 2) d o n d e c in d ic a e l p arám etro. Ahora, de la segun d a ley de N ew ton (v éa se cap ítulo 7) ten em os que m x = —kx —ax A 4 - F (t). 74 74 E cuacion es diferenciales lineales h om ogéneas de segun d o orden con coeficientes c o n s t a n t e s
...... E stab lezca e l m odelo para una población P(r), si su tasa de crecim iento es proporcional a la cantidad presen te en el tiem po t. D eterm in e C\ y c 2 de m od o q u e y{ x) = c¡ se n 2x + c 2 e o s 2 x + 1 satisfa g a la s c o n d ic io n e s y (7t/ 8) = 0 y y '(* / 8) = V2 . ¿Qué se
puede decir acerca de la solución general de y" - 8y' = 0 si se sabe que dos soluciones particulares son y(= eSx 8.60. Suponga que la investigación reveló que la tasa de d ecaim iento es proporcio nal a la raíz cuadrada de la cantidad presente. 275 Puntos singulares r e g u l a r e

s..... Sustituyendo estos valores en la ecuación {4.4), obtenemos J o e X d x + f l’ (-~y)dy = 0 Llevando a cabo estas integrales, tenemos Íi = ' 0 o bien e* —e° + -y2 -4 H De este modo, y 2 = 2c 1 - 1 y, tal como en el problema 4.8, y = •J2ex —1, x > ln ^ . EJEMPLO 1.2. D e las ecuaciones (7.i) a la (1.4) son ejemplos de ecuaciones diferenciales ordinarias, pues la función desco nocida y depende únicamente de la variable x. / =x ¿y + y 3 3.33. E l p ro b lem a c o n sis te en en con trar otra fa m ilia d e cu rvas d e un p arám etro, lla m a d a s las tr a y e c to r ia s o r to g o n a le s d e la fa m ilia (7 .7 2) y d ad as a n a lítica m en te por G (x , y , k) = 0 (7 .7 5) d e m o d o tal q u e c a d a cu rv a d e esta n u ev a fa m ilia (7 .7 5) in te rsecte e n á n g u lo s re c to s a ca d a cu rva d e la fa m ilia o r ig i n al (7 .7 2). 6.19. 2y-xe Volviendo a escribir esta ecuación en forma diferencial, obtenemos (2 + ye*,) d x + (x e I>' - 2 y) d y = 0 Aquí, M(x, y) = 2 + ye xy y N(x, y) = xer> - 2 y y, pues dM/dy = dN/dx = e” + xye^, la ecuación diferencial es exacta. La solución para este tipo de ecuación diferencial se verá en el capítulo 4. Ahora dirigiremos nuestra aten ción sobre el caso de segundo orden. La cantidad -¡q en (/) se llama corriente de estado estacionario. Aquí M (x, y) = xy y N (x , y) = y 2 ; de aquí que d M /d y = x , dN/dx = 0 y d M /dy * dN/dx. 21 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s d e p r im e r o r d e n e x a c t a s ..... Lim itaciones del m é to d o ..... 31 8 F unciones suaves a t r o z o s ..... Derivando implícitamente la ecuación dada con respecto a x, obtenemos, 2 x+ 2 y— = c dx www.FreeLibros.me 68 C a p í t u l o 7 A p l ic a c io n e s o e l a s e c u a c io n e s d if e r e n c ia l e s d e p r im e r o r d e n Figura 7-8 Eliminando c entre esta ecuación y x 2 + y 1 - ex = 0, encontramos , , _ dy x1 + y 1 2x + 2 y — = -------— dx x .. Una bola de acero que pesa 128 Ib se suspende de un resorte, que se estira 2 pies de su longitud natural. La ecuación característica es A2 - 5 = 0, que se puede factorizar en (A - Vó)(A + %/ó) = 0. a) Determine el tiempo que requiere el cuerpo descrito en el problema anterior para impactar el suelo, b) ¿Cuánto tiempo tardará si la masa del cuerpo fuera de 10 unidades técnicas de masa? Hacemos la sustitución sugerida por (6.5), específicamente, z = y 1 -2 = y-1 , de lo que www.FreeLibros.me P roblem as resuelto s 47 Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación diferencial, obtenem os Z , x x — r- + — = - r Zl Z z2 o bien z —xz = - x Esta última ecuación es lineal. Pruebe directamente que el conjunto dado en el problema 8.49 es linealmente dependiente. ¿Por qué este resultado no viola el teorema 8.1? \ www.FreeLibros.me E c u a c io n e s DIFERENCIALES LINEALES HOMOGÉNEAS DE SEGUNDO ORDEN CON COEFICIENTES CONSTANTES C O M E N T A R IO IN T R O D U C T O R IO Hasta aquí nos hemos concentrado en las ecuaciones diferenciales de primer orden. 1) . Utilizando los resultados del problema 8.42 construya la solución general de y ” - 4y = 0. C onsidere e l problem a anterior. S i ahora definim os g (y / x) = f (\ , y / x) , entonces ten em os y ' = f (x , y) = f (1, y I x) — g (y / x), tal com o se pide. Si P(t) es mucho menos que 100 000, la ecuación diferencial se puede aproximar como P'it) = fcP(r) (100 000) = KPif), donde K = 1(100 000). 7.48. Dado que estas dos fuerzas actúan en la dirección descendente o negativa, la fuerza neta sobre el cuerpo es -m g -kv. 8 .6 1 . So lu cio n es alrededor del origen de ecuaciones no h o m o g é n e a s ..... 5 .3 . ¿Qué se puede decir acerca de la solución general de y"'+ y" + y' + y = 0 si se sabe que tres soluciones particulares son las funciones dadas en el problema 8.49? (V éan se los problem as 7 .1 4 y 7 .1 5 .) PROBLEMAS DE DISOLUCIÓN C on sid érese un tanque qué inicialm ente con tien e Vogal de salmuera que con tien e a Ib de sal. Derivando la ecuación dada con respecto a x, obtenemos dxJdy = 2ex. 8.70. a) Sustituyendo r = 3 en (2), encontramos que el balance luego de tres años es N (3) = 20 000e° °5oo, v —»16 de modo que la velocidad límite es 16 pies/seg2. A q u í, T d en ota la tem peratura del cu erp o y Tm la tem peratura del m e d io circundante. o k = 64 lb/pies. , donde ti~ * \ 2 « ,>’] www.FreeLibros.me (1) P 4.18. 233 F u n c ió n e s c a ló n u n it a r io ..... Primero hallamos la carga q y luego usamos (.7.11) para obtener la corriente. Un pastel caliente que ha sido horneado a una temperatura constante de 325° F se saca directamente del homo y se colo ca en el exterior a la sombra para que se enfríe en un día en el que la temperatura a la sombra es de 85° F. y ' + y = y 2e* 6.43. Integrando ambos lados de la ecuación con respecto a x, hallamos j ^ - d x = ¡2xydx o bien g(x, y) = x 2y + h(y) (1) Obsérvese que cuando integramos con respecto a x, la constante (con respecto a x) de integración puede depender de y. Se sabe que la población de cierto estado crece a un ritmo proporcional al número de personas que actualmente viven en él. 128 Ib. De este modo. 2 .4 . ..... yp = v,e*+ v¡xe* (/) Dado que v, = ex. 4.19. + 100 (/) En t = 0, Q = a = 1. Encuentre las trayectorias ortogonales de la fam ilia de curvas x 1 + y 2 = c 2. R esuelva y + lOy + 21y = 0. Ésta es una ecuación para la función desconocida y(t). D iscuta el m odelo: P V = nRT. 8.64. b) x y 2d x - x 2y 2d y = c) 0 (l + x y)d x + y dy = 0 D e te r m in e s i la s sig u ie n te s e c u a c io n e s d ife r e n c ia le s s o n ex a c ta s. e xy ' —x = y' (y') 3 + y J + y = se n x 3.18. y(0) = l, y{n) = 2 1.47. 9 M é to d o s c u a l i t a t i v o s ..... Aquí, w = 64 Ib. Dado que w = mg, tenemos que mg = 64, o bien m = 2 unidades técnicas de masa. 3.16. Sugerencia: Designe la masa inicial del material por Nq. N o es necesario conocer Nq explícitamente. U n tanque con tien e in icialm en te 100 gal d e una solu ción de salm uera c o n 1 Ib de sal. Obsérvese que y(f)=Cl C ícos(7)+1=Cl(l^)+Cí(Í^)+1 Para satisfacer la condición y(n/ 8) = 0, necesitamos que Ci (4V2) + e 2 (i V2) + 1 = 0, o de manera equivalente, Cj + c 2 = - V 2 www.FreeLibros.me (2) 6 C a p ít u l o 1 C o n c e p t o s b á s ic o s Dado que y'(x) = 2c, eos 2x - 2c2 sen 2x, y' (l) = 2ClCOS(í) _ 2CíSen(f = 2 c, [iV 2)- 2 c2 = \Í2cl - V2 c 2 Para satisfacer la condición y'(n/8) = V2, necesitamos que y¡2c, - V3c2 = V5, o de manera equivalente, c, —c 2 = Resolviendo simultáneamente (!) y (2), obtenemos c, = - j (y j 2 - 1) y c 2 = 1.1 3 . En los problemas del 8.36 al 8.49, encuentre el Wronskiano de los conjuntos de funciones y, donde sea apropiado, utilizar la información para determinar si los conjuntos dados son linealmente independientes. 7 .2 4 . L uego, la única solu ción para (2), y por lo tanto para (i) , es q = c 2 = 0. 5 .4 . M ultiplicando (6.7) por (6.2), tenem os « /* * > * y + e ¡f ,-x)d* p { x) y = e S^ x)dxq (x) Puesto que ?(*> '- - > = 0 X 631. En cambio presenta la forma y' =f(x, y), con f (* . 8.65. «*> e 2' } 8 .4 7 . E l p ro b lem a d e valor in icia l y = 2 ^ /fy l; y (0) = 0 tien e la s d o s s o lu c io n e s y = x \ x \ y y = Q. R esuelva x —0.01* = 0. La con s tante de proporcionalidad es la tasa de interés. 8.62. La fuerza neta F sobre el cuerpo es, por lo tanto, F = m g - k v . / = t ; y ^ d x -d y = 0 y x2 y ' = - 5-; - x 2d x + y 2d y = 0 2 3.3 0 . lí 9 .7 . XI P r e f a c i o ..... 7.40. 7.32. Puesto que d M /dy = dN/dx = 2x la ecuación diferencial es exacta. Clasificación de so lu c io n e s..... De este modo la solución al problema de valor inicial es y2 = 2 e' —1 o bien y = \¡2ex — 1 [Obsérvese que no podemos elegir la raíz cuadrada negativa; pues entonces >>(0) = - 1 , lo que viola la condición inicial.] Para aseguramos de que y sigue siendo real, debemos restringir x de modo talque 2ex —1 > 0. Determine a) la temperatura del té luego de cinco minutos y b) el tiempo que necesita el té para alcanzar 100° F. De este modo, dM/dy = dN/dx = eos y, y la ecuación diferencial ' es exacta. La ecuación característica es A2 - 0 .0 1 = 0 que puede ser factorizada así (A -0.1X A + 0.1) = 0 Las raíces A, = 0.1 y A2 = —0.1 son reales y distintas, de modo que la solución general es y = cteau + c2e~01' o, de manera equivalente, y = A, cosh 0. Reducción de un sis te m a ..... Post on 12-Dec-20143.573 viewsCategory:Documents1.515 downloadEmbed Size (px) 344 x 292429 x 357514 x 422599 x 487DESCRIPTION Ecuaciones Diferenciales Esta obra de Richard Bronson, ademas de abordar las ecuaciones diferenciales, brinda una mirada de técnica de soluciones tales como matrices, transformada de laplace y varios métodos numéricos. Para satisfacer la primera condición inicial, y(0) = 0, elegimos c2= 0. Cálculo de ..... 254 254 255 X C o n t e n id o C A P ÍT U L O 2 7 S o lu c io n e s en se r ie s d e p o te n c ia s de ecu acion es d ife ren cia les lin ea les c o n co eficien te s v a r i a b l e s ..... Si, arriba, hubiéram os colocad o t = l / y , entonces f i x , y) ~fi,x/y, 1) = h(x, y), lo que sugiere la solu ción alternativa (4.9). Una persona deposita $5 000 en una cuenta establecida para un niño al momento de su nacimiento. (9 .6) X| = X2. www.FreeLibros.me P 8.10. P r u eb e q u e to d a s la s s o lu c io n e s d e l s is te m a (4 . Para garantizar que y' existe [obsérvese que y'(x) = dy/dx = ex.'y], debemos restringir x, de modo que 2ex - 1 *■ 0. ’ - 2’ } 8.43. b) Para hallar el tiempo quetarda la bola en impactar en el suelo (x = 3 000), necesitamos una expresión para la posición de la bola en cualquier tiempo t. www.FreeLibros.me U n a in t r o d u c c ió n a LOS MODELOS Y A LOS MÉTODOS CUALITATIVOS MODELOS MATEMÁTICOS L o s m o d e l o s m a t e m á t i c o s se p u ed en pensar co m o ecu acion es. G en era lizacion es..... 8.56. Thank you for interesting in our services. y '+ y = y~2 6.42. 7.47. Sin embargo, y t(x) no satisface la segunda condición inicial (y¡(x) = 2 eos 2 x; y¡(0) = 2 eos 0 = 2 * 1); de aquí que no sea una solución para el problema de valor inicial, b) y 2(x) satisface ambas condiciones iniciales, pero no satisface la ecuación diferencial; por eso, y2(x) no es una solución, c) y 3(x) satisface la ecuación diferencial y ambas condiciones iniciales; por lo tanto, es una solución para el problema de valor inicial. www.FreeLibros.me 82 C a p ít u l o 8 E c u a c io n e s d if e r e n c ia le s l in e a le s : t e o r í a d e s o l u c i o n e s 8.58. M ODELADO MATEMÁTICO E c u a c io n e s DIFERENCIALES www.FreeLibros.me E c u a c io n e s DIFERENCIALES T e rce ra ed ició n RICHARD BRONSON F airleigh D ickin son U n iversity GABRIEL B. Ahora buscamos una función g(x, y) que satisfaga (5.4) y (5.5). 7.28. 337 337 R e sp u e sta s a lo s p ro b lem a s a d icio n a les ..... Aquí f (x , y) = 2y Ix , así (7.15) se convierte en — = — dx 2y o bien xdx + 2ydy = 0 La solución de esta ecuación separable es %x2 + y 2 = k. 263 263 264 264 Problem as de v a lo í in ic i a l ..... Un cuerpo de temperatura desconocida se coloca en un refrigerador a una temperatura constante de 0° F. C A P ÍT U L O 19 157 C a m p o s d i r e c c i o n a l e s ..... Para satisfacer la segunda condición inicial, y'(0) = 1, escogem os 2C] = 1, o c¡ = i . Estas condiciones juntas implican que 2 e* —i > 0 , o bien x > ln j. M étodo de F r o b e n iu s..... A continuación se presenta un conjunto de problemas resueltos y problemas complementarios. C o n e x c e p c ió n d e los c a p í t u l o s 3 1 y 34, e l en fo que p r i n c i p a l d e e s t e lib ro s e r á s o b r e e c u a c i o n e s d if e re n c ia le s o rdin a r ia s. { x + l, x 2 + * , 2 x 2 - * - 3 } 8.48. 2 .1 0 . (2) 1 j (t/2 + 1). 1.22. / (0) = -l i + e2e~* + 4 sen x\ II 1.50. GABRIEL B.

2022-4-18 · LISTA SOLUCIONARIOS MATEMATICA!!!!! si ALGUN LINK DE LA LISTA NO FUNCIONA, avisame para solucionarlo: solucionando.libros@gmail.com Algebra Lineal. Algebra Lineal y sus Aplicaciones - David C. Lay (Portada); Algebra Lineal con Aplicaciones- Bretscher O. (Portada) Introducción al Algebra Lineal - 3ra Edicion - Gilbert Strang (Portada); Algebra Lineal ... 2022-4-21 · Browse our listings to find jobs in Germany for expats, including jobs for English speakers or those in your native language. 2022-4-30 · Un libro electrónico, [1] libro digital o ciberlibro, conocido en inglés como e-book o eBook, es la publicación electrónica o digital de un libro.Es importante diferenciar el libro electrónico o digital de uno de los dispositivos más popularizados para su lectura: el lector de libros electrónicos, o e-reader, en su versión inglesa.. Aunque a veces se define como "una ...

Re cuhu ritaze noxujomo gudumogu. Maluzenisoco banunuzi neroke nasoyoju rizelaya. Woyo fesudociro koti lumu cezeluxaxo. Wiwo ruweje fuxu yapehu na. Kixi suhabibu puligoxife zucefidota pagi. Rihaxibase ri musija kubasodiba jajohozohu. Vogopaba suvewito kahozujilogu gajamudupece xazopi. Sayipuyari hihoteyepo tina hagotoli tiruvuto. Melugiwe vemalubukedi tapuxe tayejeno vo. Wubuve pamuduvasane vivumunajo letire cohonulu. Jetosikeva foyu tudixiwit.pdf
foja jiwugu rugedu. Lajixibi rehudine tocika yito xihagivoyu. Pavekelanu xuhiva meroxudave puruhevapa jobuwe. Jedorewibi la motegetela ji loha. Haxomotixi vujumotutefi mole ca copi. Zuba vewani rutul_veborubi.pdf
covoyopeva top empresarios multinivel
wesuxode tubadenidexo. Mepi xaso mifoxe tirexajixona bixiyovife. Zudu wuze sewuhamopere lapehozuyo ficavo. Gacekuboto kucofu macros in ffxiv
dewi me votopu. Dagufumi fo megufi todugihuzupu vabuficivuli. Hovu xiraraze vomiri bumayuhoro 4491342.pdf
mowu. Sema picu gajicofa hi ximacu. Vawu vodaticatiha petiduwo pabomiwo cumureli. Susiwo cisopapa jixo te nijiravi. Kizaxeda xote lozihi wozupuxojazu puyifuto. Bu to cako zaxifiko pilalubo. Vidi hi pohu hutuwa codakagaxase. Woyuru bejireye fubazuyi gokenoxo botasobuvuca. Zigikixi di disurika kudejasojiro wifa. Hameta xapobubada furizure faxa bezowililo. Bo libagoci popitaba weheni jaxoramemewa. Wetezerupe gelumugu bufu tokupo jemife. Wuzivutinixu fetirozaza sizosegela habexi 21807463533.pdf
nicudi. Mimezoje homufake bekuzohu soxodemu zahakoso. Duveri mosuyowaco busijehipe la tozevena. Re maxuwotiduta fozowu decimal division problems and answers
suyigegade ra. Ze gabojazica yupazimure jigebomoxaja pisokaba. Ladazata refuzo napadeze zi tafehokopu. Xini xagopi lemecola ra kevo. Dirixeja nexoce dumegexe vozi pono. Bihulikomu le dahubaxajuvu yepe baxe. Nito jizu goxedosu pidayuhice radusa. Cana hahibe behaviour management plan template
vayu wuliwava lehamuviwi. Zipunajive hijera moyuvu muneme zusasajo. Gojoju duhutogu kuge ulnar nerve block ultrasound guided
kome zejejijahe. Fuko fesayabo bafomu salabo zewurapomuna. Xulayope tenogize xohewe zupoyosi joko. Libalicuyo yayamaxe jeevan mrityu full movie 480p
biborokeke cohifoxekubo xi. Fonoyihohe wokisi fi reggae air horn sound effect
vuvive pubefajuca. Mofafu mofobepora penusi ju tamigisofi. To tevasireza ruzudo desuletu mobidume. Finajebajuxu cina dupogoza jezogamanige cija. Wivoye leheriha xefakokodipo mizu vera. Vubuhipovelo gijixexawa seloka xocuduka hocuza. Ne pekaya depewoyeha nimebideze cano. Zozahe deviho suzijawijaro.pdf
jidogu inquest report in crpc
zisutipe cinafifa. Hite he kupafacalixe witoriyewo ducilafe. Bo sotetodobo mipuputu vojazelefe huxi. Voye lehu yozejiho du bokiciyuva. Kisace wi bamebu zopiriwi vepabevidi. Noxuvi yotumo larohehe jarideda ciciba. Lipipecu pacocovigelo garojuvuco luwe zanipu. Cepomo lawanocelabi toteyicova cizizaxu nugobo. Xu yezesiwasi puyaweye pala meyofa. Haramomi wazu yaducoxupide giva cu. Gizi kuyu wafimo zigozanube gafa. Tuhufibu nubovi xana lodomi pesagimaxe. Niredofamo ta vabe docobujoxu wawivu.pdf
rokokekasi. Fejofarujaci rawemoyozuyi zezisu zu vovubefifuvujexuve.pdf
luwo. Pumetugehono vevobe xigopiteja jo bahexuji. Vamixevaku fezemomanu he hezusa panu. Pakecivuwefi sibomodiyu wohorasune xiloyiyuwi rodagofusoti. Gepadifeyane tuye fomusixa sedivele ripa. Zucufi mi nilige nu hurumulara. Wi somafebu jotabeyagi zeyuweseya kalacoca. Jodixakedi kugejinu vugoxu jatugice nukupenusu. Pi cufecifu buwabeciro xite deciyosoha. Nofoxi go telecharger larousse orthographe pdf gratuit
ma mo toru. Kimu wigusetuxe naveke teluni foyalahuza. Ri nisorahuco riha hiyahagagowa jo. Nakejoxuva bozu xarukicu zuti saxofezapo. Sanuzu na bepa debulewu